MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL" TURDA

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
„*MARIAN ȚARINĂ*"

EDIȚIA A IV-A  **14 – 16 MAI 2004**

CLASA a VIII-a

I. Arătați că numarul $A=\sqrt{3n^2+3n+17}\in R-Q$, $(\forall)\, n\in N$.

Ioan Groza

II. Din şirul $\frac{1}{1\cdot 2}$, $\frac{1}{2\cdot 3}$, $\frac{1}{3\cdot 4}, \cdots$, $\frac{1}{(n-1)n}, \cdots$ să se determine grupul de termeni consecutivi a căror sumă este $\frac{1}{3}$.

* * *

III. Fie $a, b, c, d > 0$ astfel încât $a+b+c+d=16$. Să se demonstreze inegalitatea:

$$\left(a+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{d}\right)^2+\left(d+\frac{1}{b}\right)^2\geq\frac{289}{4}$$

Mircea Lascu,Marian Tetiva

IV. Fie cubul ABCDA'B'C'D' având lungimea muchiei *a*. Pe semidreptele [CD, [CB, [CC' se consideră punctele X, Y respectiv Z astfel încât CX= $a+x$, CY = $a+y$, CZ=$a+z$, unde $x, z, y\in(0,a)$. Planul determinat de punctele X, Y şi Z împarte cubul în două corpuri. Să se demonstreze că volumele celor două corpuri sunt egale dacă şi numai dacă are loc relația:

$$\left(\frac{x}{a+x}\right)^3+\left(\frac{y}{a+y}\right)^3+\left(\frac{z}{a+z}\right)^3+3\frac{a^3}{(a+x)(a+y)(a+z)}=1$$

Daniel Văcărețu