Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Inspectoratul Şcolar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureşanu” Dej

Concursul Interjudețean de Matematică „Dumitru Țiganetea” Ediția a X-a, 8 mai 2010

Barem de corectare clasa a IV-a

1.Suma a două numere naturale este egală cu rezultatul calculului:

$(2007+2007:9)-5\times(220+221)$**. Împărțind suma celor doua numere la diferența lor,se obține câtul 2 şi restul 3. Să se afle numerele.**

Barem

$(2007+2007:9)-5\times(220+221)=(2007+223)-5\times 441=2230-2205=25$ ……………..3p

a+b=25…………………………………………………………………1p

25=2(a-b)+3……………………………………………………………2p

Finalizare a=18 si b=7…………………………………………………1p

2. Se dau numerele a,b,c,d .Sumele oricăror trei dintre ele sunt 478,612,575,714. Aflați numerele.

Barem.

a+b+c=478…………………………………………………………………1p

a+b+d=612…………………………………………………………………1p

b+c+d=575…………………………………………………………………1p

c+d+a=714………………………………………………………………… 1p

Determinarea lui a,b,c,d…………………………………………………2p

3. Un pescar a prins un peşte. Cât cântăreşte peştele dacă, coada are 1kg, capul cantăreşte cât coada şi jumătate din trunchi, iar trunchiul cât capul şi coada la un loc.

Barem

Capul cantareste 3kg...3p

Trunchiul cantareste 4 kg..3p

Finalizare :pestele cantareste 8kg.......................................1p

4. Pe tablă sunt scrise numerele de la 1 la 243. Mircea şterge numerele impare mai mici decât 10, Dorin şterge toate numerele mai mici decât 100 care au cifra unităților 8, iar Dani şterge toate numerele cu cifra unităților 9.Să se determine câte cifre au fost scrise la început şi câte au rămas pe tabla după isprăvile celor trei băieți.

Barem

Mircea sterge 1,3,5,7,9 adica 5 cifre.................................1p

Dorin sterge 8,18,28,...98 adica 19 cifre...........................2p

Dani sterge 19,...239 adica 60 cifre...................................1p

In total au fost 621 cifre..1p

Au ramas 537 cifre...2p

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Inspectoratul Şcolar Județean Cluj
Colegiul Național „Andrei Mureşanu" Dej

Concursul Interjudețean de Matematică „Dumitru Țiganetea" Ediția a X-a, 8 mai 2010

Barem de corectare clasa a V-a

1. Fie numerele

$$A = 2^{2010} : \left[2^{40} \cdot 2^{56} + \left(2^{12} \cdot 2^{13}\right)^5 : 2^{29} + \left(5^{35} : 5^{34} - 1\right)^{45} \cdot 2^6 + \left(2^{32}\right)^3\right]^{20}$$
$$B = 3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \ldots \cdot 3^{2006}$$

a) Calculați ultima cifră a numărului A;

b) Calculați ultima cifră a numărului B;

c) Poate fi $A + B$ pătrat perfect

Barem:

$A = 2^{50}$ 2p

$B = 3^{1003 \cdot 2007}$ 1p

Ultima cifră a lui A este 4 ....1p

Ultima cifră a lui B este 3 ....1p

Ultima cifră a lui $A+B$ este 7 ....1p

A+B nu este pătrat perfect 1p

2. a) Calculati $1^3 + 2^3 + 3^3$.

b) Să se determine numerele x, y, z astfel încât $x^3 + y^3 + z^3 = 6^{6032}$.

Barem:

a) $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ 2p

b) $6^{6032} = 6^2 \cdot 6^{6030} = \left(1^3 + 2^3 + 3^3\right) \cdot 6^{6030} = \left(1 \cdot 6^{2010}\right)^3 + \left(2 \cdot 6^{2010}\right)^3 + \left(3 \cdot 6^{2010}\right)^3$ 4p

Finalizare a, b, c 1p

"Învățând matematica, înveți să gândeşti" (Grigore C.Moisil)

3. Să se determine numerele a şi b care au suma 56, iar restul împărțirii lui a la b este 4.

Barem:

$a + b = 56$ 1p

Din teorema împărțirii cu rest obținem: $a = b \cdot c_1 + 4$, cu $b > 4$ 1p

Atunci $(b \cdot c_1 + 4) + b = 56$ rezultă $b \cdot (c_1 + 1) = 52$ 1p

$52 = 13 \cdot 4 = 26 \cdot 2 = 52 \cdot 1$ 1p

I. $b \cdot (c_1 + 1) = 13 \cdot 4$, obținem $b = 13, a = 43$ 1p

II. $b \cdot (c_1 + 1) = 26 \cdot 2$, obținem $b = 26, a = 30$ 1p

III. $b \cdot (c_1 + 1) = 52 \cdot 1$, obținem $b = 52, a = 4$ 1p

4. Pe tablă este scris numărul 18. La fiecare minut numărul se înmulțeşte sau se împarte fără rest fie la 2 fie la 3, iar rezultatul se scrie pe tabla în locul numărului inițial. Să se arate că numărul scris pe tablă după 60 minute nu poate fi 96.

Barem:

$18 = 3^2 \cdot 2^1$ 1p

Suma exponenților este 2 + 1, impară 1p

În fiecare minut se modifică unul din exponenți cu o unitate 1p

După un număr par de operații paritatea sumei exponenților nu se modifică...1p

După 60 de minute s-au efectuat un munăr par (60) de operații 1p

$96 = 2^5 \cdot 3^1$, are suma exponenților 5 + 1, pară 1p

Paritatea sumei exponenților ar trebui să fie ca la început (impară) 1p

Concursul Interjudețean de Matematică „Dumitru Țiganetea” Ediția a X-a, 8 mai 2010

Barem de corectare clasa a VI-a

1. ***Determinați numerele întregi x, y, z ştiind că sunt direct proporționale cu primele trei numere prime şi $2\cdot(-1)^{n+2}x+3\cdot(-1)^{n+1}y+5\cdot(-1)^{n}z=-20$.***

Soluție

Avem: $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=k$, de unde $x=2k$, $y=3k$, $z=5k$. 1p

Relația dată se mai scrie $(-1)^n(2x-3y+5z)=-20$ 2p

Cazul n par, rezultă $2x-3y+5z=-20$ 1p

Determinarea $x=-2, y=-3, z=-5$, ...1p

Cazul n impar, rezultă $2x-3y+5z=20$ 1p

Determinarea $x=2, y=3, z=5$, ...1p

2. ***Se consideră mulțimea: $M=\left\{\frac{1}{4},\frac{2}{5},\frac{3}{6},\frac{4}{7},\ldots,\frac{2010}{2013}\right\}$.***

Să se arate că oricum am alege două rapoarte din mulțimea M, ele nu formează o proporție.

Soluție

Elementele mulțimii M sunt de forma: $\frac{n}{n+3}$, cu $n\in\{1,2,3,\ldots,2010\}$ 3p

Presupunem că există în mulțimea M două rapoarte $\frac{x}{x+3}$ şi $\frac{y}{y+3}$ cu $x\neq y$ astfel încât

$\frac{x}{x+3}=\frac{y}{y+3}$ echivalent cu $x=y$ 3p

Finalizare 1p

3. Un triunghi ABC are latura AC de lungime 6cm. Fie punctul D pe latura (BC), astfel încât $DC = 3cm$, $BD = 9cm$. Ştiind că $AD = 4cm$, să se calculeze AB.

Soluție

Figura 1p
Fie punctele M şi P care sunt mijloacele segmentelor (BC) respectiv (AB).....1p
În triunghiul ABC, PM linie mijlocie, rezultă $PM = \dfrac{AC}{2} = 3$ cm 1p
Din $PM \parallel AC$ rezultă $\angle ACB \equiv \angle PMB$ 1p
Triunghiurile ACD şi BMP sunt congruente 2p
Rezultă că $AD = BP = 4$, deci $AB = 8$ 1p

4. Considerăm triunghiul ABC dreptunghic în A, D un punct pe latura BC, iar M şi N sunt mijloacele segmentelor $[AD]$, respectiv $[CD]$. Dacă $\angle ABM \equiv \angle CAN$, arătați că $AD \perp BC$.

Soluție

Figura 1p
MN linie mijlocie în triunghiul ADC 1p
Din $MN \parallel AC$ rezultă $MN \perp AB$ 1p
Dacă $BM \cap AN = \{P\}$, din ipoteză $m(\angle ABP) + m(\angle BAP) = 90^\circ$ 1p
În triunghiul ABN, M este ortocentru 2p
Concluzia $AM \perp BN$ 1p