

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI TULCEA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

- faza locală 13 februarie 2010 –

Clasa a V-a

Sub1. Să se arate că numărul $a=2006^{2010}+2007^{2009}+2008^{2008}+2009^{2007}+2010^{2006}+2$, se divide cu 10

Prelucrare problema 13824 din Gazeta matematică Nr. 5/2009

Sub2. Comparați numerele $a=8^{330} \cdot (8^{670} - 128^{287}) \cdot 2$ și $b=27^{1000} : \left[(9^{501} - 81^{250}) : (3^2 - 3^0) \right]$.

Prof. Lucian Petrescu

Sub3. Arătați că oricum am alege două elemente ale mulțimii $A = \{1, 3, 5, \dots, 2011\}$ suma sau diferența acestora este multiplu de 4.

Prof. Lucian Petrescu

Timp de lucru 2 ore

Clasa a VI-a

Sub1. Demonstrați că dacă numerele naturale nenule a, b, c verifică relația:

$$\frac{2010a - 1000b}{2010a + 10b} = \frac{2010b - 1000c}{2010b + 10c} = \frac{2010c - 1000a}{2010c + 10a}, \text{ atunci: } a=b=c$$

Problema E13797 din Gazeta matematică Nr. 3/2009

Sub2. Determinați numerele naturale m și n , știind că $4^m - 4^n = \overline{abb}$, unde \overline{abb} este un număr impar în baza 10.

Sub3. Aflați numărul de trei cifre, în baza 10, \overline{abc} știind că este cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{2009abc}$ și $\overline{abc2009}$

Timp de lucru 2 ore

Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

Clasa a VII-a

Sub1. Fie numărul natural $A = \sqrt{0, a(b2) + 0, b(2a) + 0, 2(ab)}$, determinați cifrele a și b, cu $a < b$.

Sub radical sunt fracții zecimale periodice mixte

Problemă pg. 195 din Gazeta matematică Nr. 4/2009

Sub2. Fie ABCD un trapez cu $AB \parallel CD$ și $P \in (AD)$ fixat. Paralela prin A la CP intersectează BC în

Q. Să se arate că $PB \parallel DQ$

Sub3. a. Arătați că $|x| \leq \frac{|x-y| + |x+y|}{2}$, pentru orice $x, y \in \mathbf{R}$, egalitatea având loc dacă și

numai dacă $(x-y)(x+y) \geq 0$.

b. Determinați numărul soluțiilor întregi ale ecuației: $|x-2010| + |x+2010| = 4020$.

Timp de lucru 2 ore

Clasa a VIII-a

Sub1. În cubul ABCDEFGH, se notează cu M mijlocul muchiei [AB]

a) Demonstrați că secțiunea determinată în cub de planul (HCM) este un trapez isoscel.

b) Arătați că aria acestui trapez este mai mare decât aria unei fețe a cubului

Problemă pg. 544 din Gazeta matematică Nr. 11/2009

Sub2. Dacă n este număr natural impar, demonstrați că numărul:

$$\frac{(4n+5)^2 + (4n+5)}{15} \cdot \frac{(4n+4)^2 - (4n+4)}{3} \cdot \frac{(5n+5) \cdot (196n^2 - 49)}{16} \text{ este număr întreg.}$$

Sub3. a) Dacă a și b sunt numere reale demonstrați că $a^2 - ab + b^2 \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

b) Demonstrați că:

$$\sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2} + \sqrt{c^2 - cd + d^2} + \sqrt{d^2 - da + a^2} \geq a + b + c + d$$

oricare ar fi numerele reale a, b, c, d.

Timp de lucru 2 ore