

**Olimpiada de Matematică**  
**Faza locală, 17 februarie 2007**  
**Clasa a VII-a**

**Subiectul I**

Fie  $ABCD$  un trapez în care  $AB \parallel CD$ ,  $AD = AC$ ,  $AB = BC$  și  $m(\angle ABC) = 30^\circ$ .

- a) Arătați că înălțimea trapezului este jumătate din  $AB$ .
- b) Arătați că linia mijlocie a trapezului este mai scurtă decât  $AC$ .

**Subiectul II**

Considerăm mulțimea  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ . Determinați toate perechile de mulțimi  $(E, F)$  care îndeplinesc, simultan, condițiile:

- 1)  $E$  și  $F$  au același număr de elemente;
- 2)  $E \cup F = A$ ;
- 3) pentru orice  $x \in A$ , dacă  $x \in E$  atunci  $x + 2 \in F$ .

**Subiectul III**

Determinați toate numerele  $\overline{abc}$  de trei cifre distincte nenule, care au proprietatea că  $\overline{abc}$  este media aritmetică a numerelor  $\overline{bca}$  și  $\overline{cab}$ .

**Subiectul IV**

Fie  $I$  centrul cercului înscris într-un triunghi  $ABC$ . Mediatoarea segmentului  $[BI]$  intersectează latura  $[BC]$  în  $E$ , mediatoarea segmentului  $[CI]$  intersectează latura  $[BC]$  în  $F$ , iar cele două mediatoare se taie în  $P$ .

- a) Arătați că triunghiul  $IEF$  este asemenea cu triunghiul  $ABC$ .
- b) Arătați că punctele  $A, I, P$  sunt coliniare.

*Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timp de lucru: 3 ore*