MINISTERUL EDUCAȚIEI,CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI VRANCEA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală-26.01.2008

Clasa a V-a

1. Se dau numerele : $x = [3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2] : 2^2$ si

$$y = 10^2 : \{ 23+34:[(2 \times 3^2)^2 : 18 - 17^0 \times 1^{2008}]\}$$

Să se arate că : a) $x + y = 11$;

b) $x^{2008} + 2008^y$ nu este pătrat perfect.

2. a) Suma a trei numere naturale este 2008. Să se arate că cel putin unul din ele este mai mare sau egal cu 670.

b) La o împărțire de două numere naturale se stie ca deîmpărțitul este 41 iar restul este 3. Să se afle impărtitorul si câtul, ştiind că sunt diferite de 1.

3. a) Să se determine cel mai mic număr natural care are suma cifrelor 2001.

b) Să se determine cel mai mare număr de 7 cifre nenule avand suma cifrelor 53.

4, Pe o tablă sunt scrise numerele naturale de la 1 la 1000. Elevii A si B şterg pe rând, începând cu A, câte un număr. Pierde elevul care este obligat sa steargă primul un multiplu al lui 2 sau un multiplu al lui 5. Care elev câstigă , A sau B? Justificați răspunsul.

Propunători **: prof.Alexandrina Ivan –Şcoala „Ion Basgan" Focşani**

prof. Lucian Buliga - Şcoala "Anghel Saligny"-Focşani

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008
Clasa a VI-a

1 Fie multimea A={ $\overline{2ab}\,/\,\overline{2ab}$ este divizibil cu 3 si a >5}.

a) Să se determine multimea A.
b) Multimea A contine elemente divizibile cu 33 ?Justificați răspunsul.

2. a) Dacă a si b sunt numere naturale nenule si 7 divide 2a+3b, să se arate ca 7 divide 5a+4b.

b) Să se dea un exemplu de 2008 numere naturale consecutive, care sa fie si numere compuse.

3. Fie punctele A,B,C,D,O astfel incat $m(\angle AOB)=100^0$, iar C si D sunt in interiorul unghiului AOB si $m(\angle BOC)=3\cdot m(\angle AOC), m(\angle COD)=2\cdot m(\angle AOC)$.

a) Determinati masurile unghiurilor $\angle AOC, \angle BOD, \angle COD$
b) Aratati ca unghiurile $\angle COD$ si $\angle AOB$ au aceeasi bisectoare.

4. Fie triunghiul ABC in care AB=AC si punctele S, R in exteriorul triunghiului astfel incat SA=SB=RA=RC si AB separata punctele S si C, AC separa punctele B si R.

Să se arate ca:

a) Triunghiurile CAS si BAR sunt congruente.
b) BT=CT, unde T este intersectia dreptelor BR si SC
c) Dreptele BR, CS si bisectoarea unghiului $\angle BAC$ sunt concurente.

Propunatori : **prof.Sebastian Pislaru-SAM Homocea,**
prof. Pătraşcu Enache-CN Unirea Focşani

SUCCES!

NOTĂ: Timp de lucru cel mult 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

MINISTERUL EDUCAȚIEI,CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI VRANCEA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008
Clasa a VII-a

1. Se consideră numerele raționale a, b, c direct proporționale cu 5, 7, 4 şi c, d, e invers proporționale cu 3, 6, 5.

a) Să se arate că c, d, e sunt direct proporționale cu 10, 5, 6.

b) Dacă $a^2 + b^2 = 1850$ să se afle a, b, c, d, e.

c) Dacă a + e = 111 să se afle a, b, c, d, e.

2. a) Câte triplete (x, y, z) cu x, y, z > 0 şi $\sqrt{\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}} \in \mathbf{Q}$ există?

b) Să se afle numărul natural $\overline{abc}$ astfel încât $\sqrt{1+3+5+...+\overline{abc}} = \overline{cba}$.

3. Fie ABCD un trapez (AB || CD), O intersecția diagonalelor şi M, N mijloacele bazelor. Dacă EF || AB , O $\in$ EF, E $\in$ AD, F $\in$ BC şi AD ∩ BC = { P }, să se arate că:

a) (EO) ≡ (OF);

b) P, M, O sunt coliniare;

c) M, O, N sunt coliniare.

4. Fie ABC un triunghi isoscel ((AB) ≡ (AC)) şi M mijlocul lui (BC). Construim ME $\perp$ AB, E $\in$ AB şi MD $\perp$ AC, D $\in$ AC .

a) Să se arate că DE || BC;

b) Ştiind că CE conține mijlocul lui MD să se arate că ΔABC este dreptunghic.

Propunători: **prof. Gicuța Dochioiu, Şc. „Duiliu Zamfirescu”, Focşani**
prof. Marius Mohonea, C. N. „Unirea”, Focşani

SUCCES!

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

MINISTERUL EDUCAȚIEI,CERCETĂRII ŞI TINERETULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI VRANCEA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008

Clasa a VIII-a

1. Fie $a=\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^2+\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}\right]\cdot\dfrac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{8}$ şi

$b=\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^{2008}+\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{2008}}\right]\cdot\dfrac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^{2008}}{2^{2009}}$.

Arătați că $a=b$.

2. a) Verificați că $\sqrt{8-2\sqrt{7}}+\sqrt{8+2\sqrt{7}}=2\sqrt{7}$;

b) Arătați că $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1}\in$ N , oricare ar fi $n\in$ N .

3. Pe planul pătratului ABCD se ridică perpendiculara BM cu BM= $2\sqrt{3}$ cm.Ştiind că triunghiul MAC este echilateral,calculați:
   a) latura pătratului ABCD;
   b) distanța dintre dreptele AC şi MD .

4. Fie ABCD un tetraedru ,iar G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor ACD , ADB ,respectiv ABC.
   a) Demonstrați că ($G_1G_2G_3$) $\|$ (BCD) ;
   b) Aflați raportul ariilor triunghiurilor $G_1G_2G_3$ şi BCD ;

Notă: timp de lucru 3 ore .
Subiecte propuse de prof. Mirela Pîrvu .