

I. (40 puncte) La exercițiile 1-10 încercuiți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4p 1. Numerele a și b sunt întregi. Enunțul " $3a + 5b = 7$ " devine *propoziție falsă* dacă:
- A. $\begin{cases} a = -16 \\ b = 11 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 14 \\ b = -7 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = -10 \\ b = 9 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = 9 \\ b = -4 \end{cases}$
- 4p 2. Se consideră un patrulater convex $ABCD$ și punctele M, N , și P , mijloacele segmentelor $[AB]$, $[BC]$ respectiv $[CD]$. Dacă $AC = 6\text{ cm}$ și $BD = 8\text{ cm}$, atunci $MN + NP =$
- A. 14 cm B. 8 cm C. 7 cm D. 6 cm
- 4p 3. Numărul $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ este egal cu:
- A. 2 B. $8 - \sqrt{15}$ C. $8 - \sqrt{30}$ D. $8 - \sqrt{60}$
- 4p 4. Raportul dintre lungimea înălțimii unui triunghi echilateral și lungimea laturii sale este egal cu:
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
- 4p 5. Fie a un număr real astfel încât $0 < a < 1$. Atunci:
- A. $\sqrt{a} < a < a^2$ B. $a < \sqrt{a} < a^2$ C. $a^2 < a < \sqrt{a}$ D. $\sqrt{a} < a^2 < a$
- 4p 6. Un triunghi dreptunghic are o catetă cu lungimea de 3 cm și ipotenuza cu lungimea de 4 cm . A doua catetă a triunghiului are lungimea de:
- A. 1 cm B. $\sqrt{3}\text{ cm}$ C. 5 cm D. $\sqrt{7}\text{ cm}$
- 4p 7. Rezultatul calculului $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} : (1 - \sqrt{2})$ este egal cu:
- A. $1 - \sqrt{2}$ B. 0 C. -1 D. 1
- 4p 8. Lungimile laturilor triunghiului ABC sunt $AB = 13\text{ cm}$, $AC = 14\text{ cm}$ și $BC = 15\text{ cm}$. Aria triunghiului ABC este egală cu:
- A. 91 cm^2 B. 105 cm^2 C. 84 cm^2 D. 42 cm^2
- 4p 9. Fie numărul $n = 219^2 - 112^2$. Este adevărată următoarea propoziție:
- A. „ n este par” B. „ n este prim” C. „ $n = 107^2$ ” D. „ $n : 331$ ”
- 4p 10. Un romb are diagonalele cu lungimile de 18 cm și 24 cm . Înălțimea rombului este egală cu:
- A. $14,4\text{ cm}$ B. 18 cm C. 24 cm D. 13 cm

II. (30 puncte) Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 3p 1. a) Cel mai mic număr natural, pătrat perfect, scris în baza 10 cu șase cifre este egal cu....
- 3p b) Numărul de pătrate perfecte care se scriu, în baza 10, cu șase cifre este egal cu....
2. Se dă triunghiul ABC în care $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 15\text{ cm}$ și $BC = 17\text{ cm}$. Fie $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$ astfel încât $MN \parallel BC$. Dacă $AN = 3,75\text{ cm}$, atunci:
- 3p a) Lungimea segmentului AM este egală cu cm
- 3p b) Distanța de la punctul A la dreapta MN este egală cu cm .
3. Numărul n este natural.
- 3p a) Dacă $n < \sqrt{12} < n + 1$, atunci $n = \dots$
- 3p b) Cea mai mică valoare a expresiei $|n - \sqrt{12}|$ se obține pentru $n = \dots$
4. Pe un cerc de rază 1 se consideră punctele A, B și C astfel încât $AB = 1$ și $AC = \sqrt{2} < BC$. Atunci:
- 3p a) $m(\sphericalangle BAC) = \dots$
- 3p b) $BC = \dots$
5. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -999 \leq x \leq 1000\}$.
- 3p a) Suma numerelor din mulțimea A este egală cu
- 3p b) Suma modulelor numerelor din mulțimea A este egală cu

III. (20 puncte) Scrieți rezolvările complete.

1. În paralelogramul $ABCD$, M și N sunt mijloacele laturilor $[BC]$ și respectiv $[AB]$.
- 4p a) Dacă $AM \cap DN = \{P\}$, calculați valorile rapoartelor $\frac{DP}{PN}$ și $\frac{AP}{PM}$.
- 6p b) Dacă $AM = DN$ și $AM \perp DN$, arătați că $ABCD$ este pătrat.
2. Fie a un număr natural. Pentru fiecare număr $n \in \mathbb{N}^*$, considerăm expresia $E(n) = n^2 + n + a$.
- 2p a) Arătați că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $E(n)$ este pătratul unui număr real.
- 5p b) Pentru $a = 10$, determinați valorile lui n pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural.
- 3p c) Arătați că, oricare ar fi $a \in \mathbb{N}$, $a \geq 2$, există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $E(n)$ este pătratul unui număr natural.

|