CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "EUGEN IONESCU" Ediţia a IV-a – 21.III.2009

CLASA A IV-A

1. Calculaţi pe a din egalitatea:

$$8 \times \{212 - 5 \times [a + 3 \times (5 \times 6 - 17)]\} = 96$$

[* * *]

2. O bunică are 2 nepoţi. Vârsta bunicii este un număr format din două cifre, fiecare dintre cifre fiind vârsta unuia dintre cei doi nepoţi.

   Ce vârstaă are fiecare, dacă suma vârstelor celor 3 este 69 de ani?

Cornelia Şerpou, Slatina

3. Se dă şirul de numere naturale: 2, 6, 12, 20, 30, ...

   a) Să se scrie următorii doi termeni ai şirului.

   b) Aflaţi al $20-$ lea şi al $100-$ lea termen al şirului.

   c) Numărul 930 face parte din şir? Justificaţi! În caz afirmativ, precizaţi al câtelea termen al şirului este 930.

Graţiela Popa, Slatina

4. Numărul $\overline{abc}$ se împarte exact la succesorul numărului $2 \cdot \overline{ab}$, dând câtul c şi restul 0. Câte numere $\overline{abc}$ au această proprietate?

Steluţa Tudoran, Slatina

NOTĂ.
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "EUGEN IONESCU" Ediţia a IV-a – 21.III.2009

CLASA A V-A

1. a) Numerele naturale x şi y dau resturile 8 şi respectiv 34 la împărţirea cu 30, respectiv 35.

   a1) Să se afle restul împărţirii numărului $3x + 2y$ la 10.

   a2) Să se arate că numărul $3x + 2y$ nu este pătrat perfect.

Graţiela Popa, Slatina

   b) Să se determine numerele naturale a, b, c astfel încât $a < b < c$ şi $a^a + b^b + c^c = 287$.

Gazeta Matematică nr.11/2008, Suplimentul cu exerciţii

2. În careul de mai jos, suma numerelor scrise pe coloane, linii şi diagonale este aceeaşi.

	x	
2008	2009	
		2010

   Să se determine numărul din locul lui x.

Mihail Chiriac, Slatina

3. Se dă mulţimea $A = \{9, 14, 19, 24, ..., 10044, 10049\}$.

   a) Să se determine cardinalul mulţimii A.

   b) Dacă B este o submulţime a lui A, astfel încât $\text{card}\, B = 1006$, să se arate că în B există două numere a căror sumă este 10063.

Ion Neaţă, Slatina

4. Suma unor numere naturale impare consecutive este 2009, iar numărul cifrelor lor este 81. Determinaţi aceste numere.

Niculae Grigorescu, Slatina

NOTĂ.
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "EUGEN IONESCU" Ediţia a IV-a – 21.III.2009

CLASA A VI-A

1. Aflaţi numerele naturale n şi m care verifică simultan următoarele condiţii:

   a) $n = 5^y \cdot 11^x$;

   b) $m = 2^x \cdot 11^z$;

   c) n are 15 divizori naturali;

   d) m are 12 divizori naturali.

Gazeta Matematică nr.10/2008, Suplimentul cu exerciţii

2. Un număr natural de forma x^n, unde $x, n \in \mathbb{N}^*$ se numeşte *tricubic* dacă se poate scrie sub forma $a^3 + 2b^3 + c^3$, cu $a, b, c \in \mathbb{N}^*$.

   a) Arătaţi că 81 este număr *tricubic.*

   b) Arătaţi că există o infinitate de numere *tricubice.*

Daniel Cojocaru, Slatina

3. a) Să se arate că pentru orice numere naturale a, b are loc egalitatea: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

   b) Numărul N, format din patru cifre mai mici sau egale cu 6, nu neapărat distincte, este pătrat perfect. Să se afle N, ştiind că mărind fiecare cifră a sa cu trei unităţi, se obţine un nou pătrat perfect.

Marius Perianu, Slatina

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $[AB] \equiv [AC]$. Fie $BB' \perp AC$, $B' \in (AC)$ şi $CC' \perp AB$, $C' \in (AB)$. Perpeendicularele în B şi C pe BC intersectează CC', respectiv BB' în N şi M.

   a) Să se arate că $[BM] \equiv [CN]$.

   b) Dacă P este mijlocul segmentului $[B'C']$, R este mijlocul lui $[BC]$, iar $\{Q\} = BB' \cap CC'$, să se arate că punctele A, P, Q, R sunt coliniare.

Graţiela Popa, Slatina

NOTĂ.
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "EUGEN IONESCU" Ediţia a IV-a – 21.III.2009

CLASA A VII-A

1. Să se demonstreze că

$$\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+...+\frac{n+2}{n\,(n+1)}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}\right)<2,$$

oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$.

Gazeta Matematică nr.10/2008

2. Fie M mijlocul laturii $[BC]$ a triunghiului ABC. Pe laturile (AB) şi (AC) se consideră punctele D, respectiv E, astfel încât $\frac{BD}{DA}=m$ şi $\frac{CE}{EA}=n$. Dacă $DE\cap AM=\{Q\}$, să se demonstreze că $\frac{MQ}{QA}=\frac{m+n}{2}$.

Dorin Popa, Slatina

3. a) Dacă $a\in\mathbb{N}$ şi $\sqrt{a}\in\mathbb{Q}$, să se arate că $\sqrt{a}\in\mathbb{N}$.
   b) Dacă $a\in\mathbb{N}$, să se demonstreze că $\sqrt{n^3-n+5}$ este număr iraţional.

Niculae Grigorescu, Slatina

4. Fie 9 numere naturale care divid 30^{2009}. Să se arate că există două dintre acestea având produsul pătrat perfect.

Gazeta Matematică nr.1/2009

NOTĂ.
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "EUGEN IONESCU"
Ediţia a IV-a – 21.III.2009
CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I: Pe foaia de concurs se trec numai rezultatele.

1. **(4p) a)** Rezultatul calculului $\sqrt{72}-\sqrt{18}$ este ... .

   (4p) b) Valoarea absolută a numărului $3\sqrt{5}-5\sqrt{3}$ este ... .

   (4p) c) Dacă $E(x)=x^2$ atunci $E\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ este egal cu ... .

2. **(4p) a)** Mulţimea soluţiilor naturale ale inecuaţiei $2x-3\leq 10$ este ... .

   (4p) b) Media aritmetică a numerelor $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$ şi $\sqrt{6-4\sqrt{2}}$ este ... .

   (4p) c) Dacă $\sqrt{x^2-2x+5}\leq 2$, atunci x are valoarea ... .

3. **(4p) a)** Se consideră punctele $A(1;0)$, $B(5;0)$ şi $C(0;4)$. Atunci aria triunghiului ABC este ... .

   (4p) b) Valoarea de adevăr a propoziţiei "$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2,\ (\forall)\ a,b,c\in\mathbb{R}$" este ... .

   (4p) c) Valoarea de adevăr a propoziţiei "$(2x-1)(2x+1)=2x^2-1,\ (\forall)\ x\in\mathbb{R}$" este ... .

4. **(6p) a)** Dacă un cub are diagonala de $6\sqrt{3}$ cm atunci volumul cubului este de ... cm^3.

   (4p) b) Dacă o piramidă triunghiulară regulată are muchia laterală de 10 cm şi muchia bazei de 12 cm, atunci înălţimea piramidei are lungimea de ... cm.

   (4p) c) Dacă o prismă triunghiulară regulată are feţele laterale pătrate şi volumul de $54\sqrt{3}$ cm^3, atunci aria sa laterală este de ... cm^2.

SUBIECTUL II: Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete

1. **(5p) a)** Aflaţi două numere reale ştiind că suma lor este $7\sqrt{3}$ iar diferenţa lor este $3\sqrt{3}$.

   (5p) b) Demonstraţi că numărul $\sqrt{1+3+5+7+...+2007+2009}$ este natural.

2. Se consideră $E(x)=\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{4}{x^2-1}+\dfrac{1-x}{x+1}$.

   (5p) a) Aduceţi $E(x)$ la forma cea mai simplă .

   (5p) b) Dacă $F(x)=\dfrac{4}{x-1}$ aflaţi $x\in\mathbb{Z}$ pentru care $\dfrac{4}{|F(x)|}\leq 2$.

3. Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu diagonala de $12\sqrt{3}$ cm.

   (5p) a) Desenaţi cubul $ABCDA'B'C'D'$.

   (5p) b) Aflaţi aria totală şi volumul cubului.

   (5p) c) Aflaţi distanţa minimă pe suprafaţa laterală a cubului de la punctul A la punctul C'.

   (5p) d) Calculaţi cosinusul unghiului diedru format de planele $(A'BC')$ şi (DCC').

SUBIECTUL III:

1. **(10p)** Să se arate că dacă $n\in\mathbb{N}$ şi primele două zecimale ale numărului $\sqrt{n^2+4n+1}$ sunt egale cu 9, atunci $n\geq 149$.

   Costel Anghel, Slatina

2. **(10p)** Unui număr natural cu 2009 cifre i se schimbă ordinea cifrelor în mod arbitrar. Este posibil ca diferenţa dintre numărul iniţial şi cel final să fie 2010?

   Mihail Chiriac, Slatina

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

EUGEN IONESCU

Ediţia a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a V-a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

a1) Conform teoremei împărţirii cu rest avem: $\begin{cases} x = 30a + 8 \\ y = 35b + 34 \end{cases}$ **1p**

Atunci $\begin{cases} 3x = 90a + 24 \\ 2y = 70b + 68 \end{cases} \Rightarrow 3x + 2y = 90a + 70b + 92$ **1p**

$3x + 2y = 10\,(9a + 7b + 9) + 2$, deci restul împărţirii lui $3x + 2y$ la 10 este 2 .... **1p**

a2) Ultima cifră a lui $3x + 2y$ este 2, deci $3x + 2y$ nu este pătrat perfect **1p**

b) Deoarece $5^5 = 3125 > 287$, rezultă că $c \leq 4$ **1p**

În plus, dacă $c \leq 3$, atunci $a = 1$, $b = 2$ şi $c = 3$, atunci $a^a + b^b + c^c = 32$, fals, deci $c = 4$ **1p**

Obţinem $c = 4$ şi $a^a + b^b = 31$, cu soluţiile $a = 2$ şi $b = 3$ **1p**

Problema 2.

Completăm tabloul cu următoarele elemente:

a	x	c
2008	2009	b
		2010

Suma elementelor de pe a doua linie este egală cu suma elementelor de pe diagonală, de unde rezultă că $2008 + 2009 + b = a + 2009 + 2010$, deci $b = a + 2$ **4p**

Suma elementelor de pe prima linie este egală cu suma elementelor de pe a treia coloană, deci $a+x+c = c + b + 2010$, de unde $x = 2012$ **3p**

Problema 3.

a) Elementele mulţimii A sunt de forma $5k + 4$, unde $1 \leq k \leq 2009$ **2p**

card $A = 2009$ **1p**

b) Observăm că $10063 = 14 + 10049 = 19 + 10044 = 24 + 10039 = ... = 5029 + 5034$ **2p**

Aranjăm elementele mulţimii $A \setminus \{9\}$ într-un tabel astfel:

14	19	24	...	5024	5029
10049	10044	10039	...	5039	5034

Sunt 2008 elemente în tabel, deci 1004 coloane. Orice submulţime $B \subset A$ cu 1006 elemente conţine cel puţin 1005 elemente din tabel, deci va conţine două elemente aflate unul sub altul în tabel **1p**

Ca urmare, B conţine două elemente cu suma 10063 .... **1p**

Problema 4.

Suma este 2009, deci numerele considerate sunt în număr impar **2p**

Numerele pot fi scrise sub forma $n - 2k$, $n - 2k + 2$, $n - 2k + 4$, ..., $n - 2$, n, $n + 2$, ..., $n + 2k$, unde $n \geq 2k + 1$ **1p**

Suma acestor numere este $n\,(2k + 1) = 2009$ **1p**

Atunci $n, 2k + 1 \in D_{2009} = \{1, 7, 41, 49, 287, 2009\}$ **1p**

Cum $n \geq 2k + 1$, sunt posibile doar cazurile:

C1: $\begin{cases} 2k + 1 = 7 \\ n = 287 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ n = 287 \end{cases} \Rightarrow$ numerele sunt 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, care au în total 21 de cifre, ceea ce nu convine **1p**

C2: $\begin{cases} 2k + 1 = 41 \\ n = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 20 \\ n = 49 \end{cases} \Rightarrow$ numerele sunt 9, 11, 13, ..., 89 care au 81 de cifre în total **1p**

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

EUGEN IONESCU

Ediţia a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a VI-a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

Numărul de divizori ai lui n este $(y+1)(x+1)=15$ **1p**

Numărul de divizori ai lui m este $(x+1)(z+1)=12$ **1p**

Atunci $x+1 \mid 15$ şi $x+1 \mid 12$, deci $x+1 \in \{1,3\}$ **3p**

Dacă $x+1=1$, atunci $x=0$, $y=14$, $z=11$, deci $m=11^{11}$ şi $n=5^{14}$ **1p**

Dacă $x+1=3$, atunci $x=2$, $y=4$, $z=3$, deci $m=2^2\cdot 11^3$ şi $n=5^4\cdot 11^2$ **1p**

Problema 2.

a) $81=3^4=1^3+2\cdot 2^3+4^3$ **2p**

b) Inspiraţi de subpunctul anterior, putem scrie:

$3^{3k+4}=3^{3k}\cdot 81=\left(3^k\right)^3\cdot\left[1^3+2\cdot 2^3+4^3\right]=\left(3^k\right)^3+2\cdot\left(2\cdot 3^k\right)^3+\left(4\cdot 3^k\right)^3$ **3p**

Există deci o infinitate de numere *tricubice* şi anume cele de forma 3^{3k+4}, $k\in\mathbb{N}$ **2p**

Problema 3.

a) $(a+b)(a-b)=a(a-b)+b(a-b)=a^2-ab+ba-b^2=a^2-b^2$ **1p**

b) Fie M numărul format din N prin mărirea cu trei unităţi a cifrelor sale. Atunci există numerele naturale a şi b astfel încât $M=a^2$ şi $N=b^2$ **1p**

Cum cifrele lui N sunt mai mici sau egale cu 6, rezultă că:

$M-N=3333 \Rightarrow (a-b)(a+b)=3333=3\cdot 11\cdot 101$ **2p**

Cazul 1. $\begin{cases} a-b=3 \\ a+b=1111 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=557 \\ b=554 \end{cases} \Rightarrow N=554^2=306\,916$ nu convine **1p**

Cazul 2. $\begin{cases} a-b=11 \\ a+b=303 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=157 \\ b=146 \end{cases} \Rightarrow N=146^2=21\,316$ nu convine **1p**

Cazul 3. $\begin{cases} a-b=33 \\ a+b=101 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=67 \\ b=34 \end{cases} \Rightarrow N=34^2=1156$ – soluţie **1p**

Problema 4.

a) $\Delta BCC' \equiv \Delta CBB'$ (I.U.) $\Rightarrow [BC'] \equiv [CB']$ **1p**

$\Delta BNC' \equiv \Delta CMB'$ (C.U.) $\Rightarrow [BN] \equiv [CM]$ **1p**

$\Delta BNC \equiv \Delta CMB$ (C.C.) $\Rightarrow [NC] \equiv [MB]$ **1p**

b) $\Delta AB'C'$ isoscel $\Rightarrow$ $(AP$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$ **1p**

$\Delta AQC' \equiv \Delta AQB'$ (C.I.) $\Rightarrow$ $(AQ$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$ **1p**

ΔABC isoscel $\Rightarrow$ $(AR$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$ **1p**

$(AP$, $(AQ$, $(AR$ coincid, deci A, P, Q, R sunt coliniare **1p**

Clasa a VII-a
BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

Deoarece $\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$, rezultă $\frac{k+2}{k(k+1)}=\frac{k+2}{k}-\frac{k+2}{k+1}$ **2p**

Atunci:

$$\frac{3}{1\cdot 2}=\frac{3}{1}-\frac{3}{2}$$
$$\frac{4}{2\cdot 3}=\frac{4}{2}-\frac{4}{3}$$
$$\frac{5}{3\cdot 4}=\frac{5}{3}-\frac{5}{4}$$
$$\vdots$$
$$\frac{n+1}{(n-1)n}=\frac{n+1}{n-1}-\frac{n+1}{n}$$
$$\frac{n+2}{n(n+1)}=\frac{n+2}{n}-\frac{n+2}{n+1}$$

Adunând relaţiile de mai sus termen cu termen rezultă

$\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+...+\frac{n+2}{n(n+1)}=\frac{3}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}-\frac{n+2}{n+1}$ **3p**

Membrul stâng din enunţ se scrie

$\frac{3}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}-\frac{n+2}{n+1}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}\right)=3-\frac{n+2}{n+1}=2-\frac{1}{n+1}<2$ **2p**

Problema 2.

Dacă $m=n$, atunci $DE\parallel BC$ **1p**

$DQ\parallel BC\Rightarrow \frac{MQ}{QA}=m=\frac{m+n}{2}$ **1p**

Dacă $m\neq n$, fie $DE\cap BC=\{P\}$. Fără a restrînge generalitatea, putem presupune că $m<n$, ceea ce conduce la $B\in(PM)$

În ΔABM cu transversala $P-D-Q$, obţinem $\frac{MQ}{QA}\cdot\frac{PB}{PM}=m$ $(\mathbf{1})$ **1p**

În ΔACM cu transversala $P-E-Q$, obţinem $\frac{MQ}{QA}\cdot\frac{PC}{PM}=n$ $(\mathbf{2})$ **1p**

Adunând relaţiile $(\mathbf{1})$ şi $(\mathbf{2})$ rezultă $\frac{MQ}{QA}\cdot\frac{PB+PC}{PM}=m+n$ **1p**

Dar $\frac{PB+PC}{PM}=2$ **1p**

$\frac{MQ}{QA}=\frac{m+n}{2}$ **1p**

Problema 3.

a) Din $\sqrt{a}\in\mathbb{Q}$, rezultă $\sqrt{a}=\frac{p}{q}$, $p,q\in\mathbb{N}$, $q\neq 0$ şi $(p,q)=1$.

Atunci $a=\frac{p^2}{q^2}$, deci $p^2=aq^2$, de unde $q^2\mid p^2$, adică $q\mid p$ **1p**

Cum $(p,q)=1$ şi $q\mid p$, rezultă $q=1$, deci $\sqrt{a}=p\in\mathbb{N}$ **1p**

b) Presupunând că $\sqrt{n^3-n+5}\in\mathbb{Q}$, ar rezulta că $\sqrt{n^3-n+5}\in\mathbb{N}$, adică n^3-n+5 este pătrat perfect **1p**

$n^3-n=(n-1)\cdot n\cdot(n+1)$ este produsul a trei numere consecutive, deci este divizibil cu 6 ... **1p**

Rezultă $n^3-n+5=6p+5=3k+2$ **2p**

Pătratele perfecte sunt de forma $3k$ sau $3k+1$, deci presupunerea făcută este falsă **1p**

Problema 4.

$30^{2009}=2^{2009}\cdot 3^{2009}\cdot 5^{2009}$ **1p**

Pentru ca doi divizori ai lui 30^{2009} să aibă produsul pătrat perfect, este necesar ca exponenţii lui 2, 3 şi 5 din descompunerea celor doi divizori să aibă suma un număr par, adică să aibă aceeaşi paritate **2p**

Din orice 9 numere care divid pe 30^{2009}, exponentul lui 2 are aceeaşi paritate la 5 dintre acestea **1p**

Din aceste 5 numere, exponentul lui 3 are aceeaşi paritate la 3 dintre acestea **1p**

Din aceste 3 numere, exponentul lui 5 are aceeaşi paritate la 2 dintre acestea **1p**

Produsul acestor 2 numere este pătrat perfect **1p**

Alternativ, dacă $x\mid 30^{2009}$, $x=2^a\cdot 3^b\cdot 5^c$, sunt 8 posibilităţi de alegere a numerelor a,b,c în funcţie de paritate şi cum avem 9 numere, la două dintre acestea exponenţii lui 2, 3 şi 5 au aceeaşi paritate, deci produsul lor este pătrat perfect.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

EUGEN IONESCU

Ediţia a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a VIII-a

BAREM DE CORECTARE

Subiectul I

1			2			3			4		
a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
$3\sqrt{2}$	$5\sqrt{3}-3\sqrt{5}$	$5+2\sqrt{6}$	$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	2	1	8	F	F	216	$2\sqrt{7}$	108

Subiectul II

1. a) $a=5\sqrt{3}$, $b=2\sqrt{3}$

b) $1+3+5+...+2009=1005^2 \Rightarrow \sqrt{1+3+5+...+2009}=1005\in\mathbb{N}$.

2. a) $E(x)=\dfrac{4}{x-1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$.

b) Avem $x\neq 1$ şi $|x-1|\leq 2$, deci $x\in\{-1,0,2,3\}$.

3. b) $A_t=864\text{ cm}^2$, $V=1728\text{ cm}^3$.

c) Desfăşurând cubul, rezultă $d_{\min}=12\sqrt{5}$ cm.

d) $\cos\left(\widehat{(A'BC'),(DCC')}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Subiectul III.1.

Deoarece $(n+1)^2\leq n^2+4n+1<(n+2)^2$, rezultă $\left[\sqrt{n^2+4n+1}\right]=n+1$ **3p**

Rezultă $\sqrt{n^2+4n+1}-(n+1)>0,99$, deci $\sqrt{n^2+4n+1}>n+1+0,99=n+\dfrac{199}{100}$ **4p**

Ridicând la pătrat şi efectuând calculele, obţinem $n>\dfrac{29601}{200}=148,005$, de unde $n\geq 149$ **3p**

Subiectul III.2.

Restul împărţirii prin 9 a unui număr natural este acelaşi cu restul împărţirii sumei cifrelor numărului respectiv la 9 .... **3p**

Schimbând ordinea cifrelor, numărul nou obţinut are aceeaşi sumă a cifrelor ca şi numărul iniţial, deci numărul iniţial şi cel final dau acelaşi rest la împărţirea cu 9 .... **3p**

Diferenţa acestor numere este divizibilă cu 9 .... **2p**

Cum 2010 nu este divizibil cu 9, diferenţa celor două numere nu poate fi 2010 .... **2p**