EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 21

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(15-3\cdot 5):5+1$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Dacă $x\%$ din 80 este egal cu 40, atunci x este egal cu $\dots$.

5p **3.** Dacă n este numărul natural din intervalul $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$, atunci n este egal cu $\dots$.

5p **4.** Dreptunghiul $MNPQ$ are lungimea $MN=10\,\text{cm}$ și lățimea $NP=7\,\text{cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu $\dots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor AD și $D'C'$ are măsura de $\dots$ °.

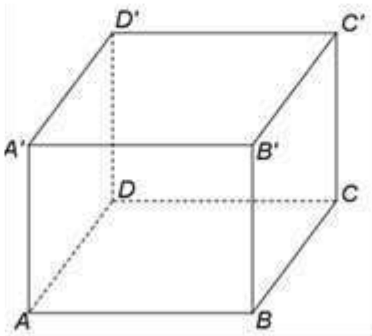

Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, în timpul unei zile, la diferite ore.

Ora	Ora 6	Ora 9	Ora 11	Ora 13	Ora 15	Ora 17	Ora 19
Temperatura (°C)	10	12	13	15	17	15	14

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate în acea zi este egală cu $\dots$ °C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un trapez $ABCD$ cu bazele AB şi CD, $AB>CD$.

5p **2.** Se consideră numerele reale $x=\left(2^{20}\right)^3:2^{56}-2^3$ şi $y=\left(3^{23}-3^{22}-3^{21}-3^{20}\right):3^{20}+3^0+3^1$. Calculaţi media geometrică a numerelor x şi y.

5p **3.** O bunică și cei doi nepoți au suma vârstelor egală cu 69 de ani. Vârsta bunicii este un număr natural de două cifre, în care cifra zecilor reprezintă vârsta unui nepot, iar cifra unităților reprezintă vârsta celuilalt nepot. Determinați vârsta bunicii.

4. Se consideră numerele reale $a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ și $b=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right):\frac{1}{\sqrt{6}}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=(b-2a)^2-\sqrt{24}$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+2)^2-9x^2$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E(1)+E(2)+E(3)+\ldots+E(49)$ este pătratul unui număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=12\text{cm}$, $CD=4\text{cm}$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60°$. Paralela prin B la dreapta AC intersectează dreapta CD în punctul P.

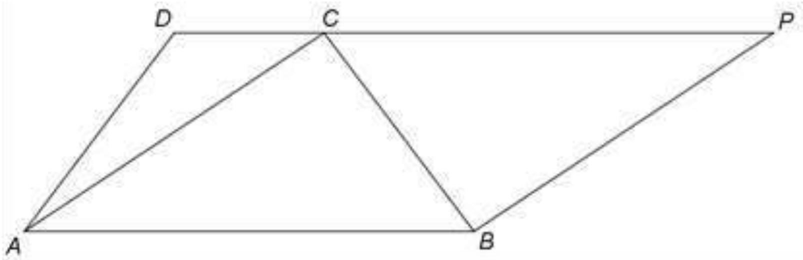

Figura 2

5p **a)** Arătați că măsura unghiului ADC este egală cu $120°$.

5p **b)** Arătați că aria patrulaterului $ABPD$ este egală cu $56\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **c)** Se consideră punctul M, mijlocul segmentului AB și N, punctul de intersecție a dreptelor PM și BC. Demonstrați că lungimea segmentului BN este mai mică decât $2,7\text{cm}$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=4\text{cm}$. Punctele M și N sunt situate pe laturile AB și BC astfel încât $AM=3\text{cm}$ și $BN=3\text{cm}$, iar E este punctul de intersecție a dreptelor AN și DM.

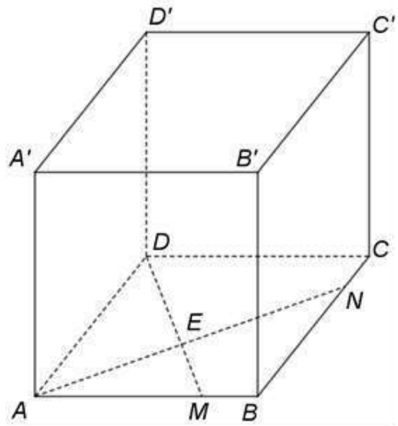

Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 16cm^2.

5p **b)** Arătați că distanța de la punctul A' la dreapta DM este egală cu $\frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$.

5p **c)** Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AD și planul (ANA').

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE **Test 21**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	50	**5p**
3.	1	**5p**
4.	70	**5p**
5.	90	**5p**
6.	7	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează trapezul Notează trapezul $ABCD$ cu bazele AB și CD, $AB > CD$	**4p** **1p**
2.	$x = 2^{60} : 2^{56} - 2^3 = 2^4 - 8 = 8$ $y = 3^{20}\left(3^3 - 3^2 - 3^1 - 1\right) : 3^{20} + 1 + 3 = 14 + 4 = 18$, de unde obținem media geometrică $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 9} = 12$	**2p** **3p**
3.	$\overline{ab} + a + b = 69 \Rightarrow 11a + 2b = 69$ Cum a și b sunt cifre, obținem $a = 5$, $b = 7$, deci vârsta bunicii este 57 de ani	**2p** **3p**
4.	**a)** $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} =$ $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	**3p** **2p**
	b) $b = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ $N = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - 1\right)^2 - \sqrt{24} = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$, care este număr natural	**3p** **2p**
5.	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 = 4$, pentru orice număr real x $E(1) + E(2) + E(3) + \ldots + E(49) = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2 = 14^2$, care este pătratul unui număr natural	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ este trapez isoscel, deci $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle BAD \Rightarrow m(\sphericalangle BAD) = 60°$ $AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle ADC$ și $\sphericalangle BAD$ sunt suplementare, deci $m(\sphericalangle ADC) = 120°$	**2p** **3p**
	b) $AB \parallel CP$ și $AC \parallel BP \Rightarrow ABPC$ paralelogram, deci $CP = 12\text{cm}$ și, cum D, C și P sunt coliniare, obținem $DP = 16\text{cm}$ $ABCD$ este trapez isoscel, deci $BE = 4\text{cm}$, unde $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle EBC) = \frac{CE}{BE}$, deci $CE = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și, cum $ABPD$ este trapez, obținem $\mathcal{A}_{ABPD} = \frac{(12 + 16) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}\text{cm}^2$	**2p** **3p**
	c) $ABPC$ este paralelogram, deci BO este mediană în ΔABP, unde $\{O\} = AP \cap BC$ și, cum PM este mediană în ΔABP și $\{N\} = PM \cap BC \Rightarrow N$ este centrul de greutate al ΔABP $BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = 8\text{cm}$ și, cum $BN = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BC$, obținem că $BN = \frac{8}{3}\text{cm} < 2{,}7\text{cm}$	**2p** **3p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 4^2 = 16\text{cm}^2$	**3p** **2p**
	b) $AD = BA$, $AM = BN$ și $AD \perp AB$, $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ADM \equiv \Delta BAN \Rightarrow \sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle BNA$ și, cum $m(\sphericalangle BAN) + m(\sphericalangle BNA) = 90°$, obținem că $m(\sphericalangle MAE) + m(\sphericalangle AME) = 90°$, deci $AE \perp ME$ $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp DM$ și $DM \subset (ABC) \Rightarrow A'E \perp DM$ și, cum $AE = \frac{AD \cdot AM}{DM} = \frac{12}{5}\text{cm}$, obținem $d(A', DM) = A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{\frac{544}{25}} = \frac{4\sqrt{34}}{5}\text{cm}$	**2p** **3p**
	c) $AA' \perp (ABC)$ și $DE \subset (ABC) \Rightarrow A'A \perp DE$ și, cum $DE \perp AE$ și $AE \cap AA' = \{A\}$, obținem $DE \perp (ANA')$, deci $m(\sphericalangle(AD, (ANA'))) = m(\sphericalangle(AD, AE)) = m(\sphericalangle DAE)$ $\sphericalangle DAE, \sphericalangle ADE$ sunt complementare, $\sphericalangle ADE, \sphericalangle AMD$ sunt complementare $\Rightarrow \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle AMD$, de unde obținem $\sin(\sphericalangle DAE) = \sin(\sphericalangle AMD) = \frac{AD}{DM} = \frac{4}{5}$	**3p** **2p**