**EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a**

**Matematică**

**Test 22**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $20-(20:4+5)$ este egal cu $\dots$ .

5p **2.** Numărul care reprezintă $10\%$ din $20$ este egal cu $\dots$ .

5p **3.** Dacă $A=\left\{-1,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2}\right\}$ și $\mathbb{N}$ este mulțimea numerelor naturale, atunci $A\cap\mathbb{N}=\{\dots\}$.

5p **4.** Triunghiul echilateral $ABC$ are $AB=4\text{cm}$. Perimetrul acestui triunghi este egal cu $\dots$ cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor $AD'$ și $AB'$ are măsura de $\dots^\circ$.

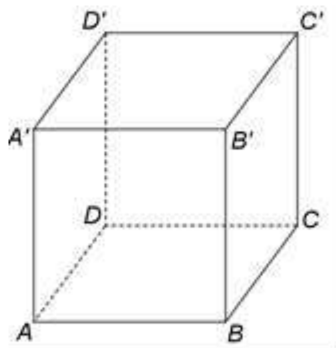

*Figura 1*

5p **6.** În tabelul de mai jos este dată o dependenţă funcţională.

| $x$ | $-1$ | $a$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $y=3x-2$ | $-5$ | $-2$ | $1$ |

Conform informațiilor din tabel, numărul real $a$ este egal cu $\dots$ .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelogram $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC)>90^\circ$.

5p **2.** Numerele reale $a$, $b$ și $c$ sunt direct proporționale cu numerele $3$, $7$ și $11$. Arătați că $b$ este media aritmetică a numerelor $a$ și $c$.

5p **3.** Un kilogram de banane costă cât două kilograme de portocale. Un restaurant a cumpărat treizeci de kilograme de portocale și patruzeci și cinci de kilograme de banane, pentru care a plătit $360$ de lei. Determinați prețul unui kilogram de portocale.

**4.** Se consideră numerele reale $x=\left(1+\sqrt{3}\right)^2-2\left(2-\sqrt{5}\right)$ și $y=\left(\sqrt{15}+\sqrt{75}-\sqrt{45}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}$.

5p **a)** Arătați că $x=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=x(y-1)$ este natural.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x-1)^2+(2x-1)^2+(1-x)(2x-1)+3x-1$, unde $x$ este număr real. Determinați numărul natural $n$ pentru care numărul $E(n)$ este prim.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic $ABC$ cu $AB \perp AC$, $AC = 4\text{cm}$ şi $BC = 8\text{cm}$. Semidreapta $CM$, $M \in AB$ este bisectoarea unghiului $ACB$.

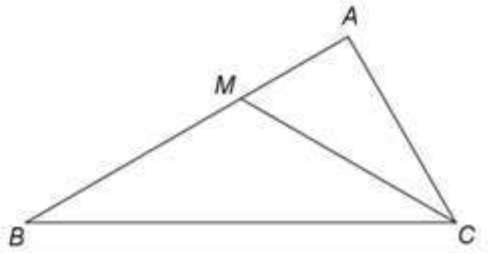


*Figura 2*

**5p** **a)** Arătați că $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

**5p** **b)** Demonstrați că triunghiul $BMC$ este isoscel.

**5p** **c)** Se consideră punctul $N$, pe latura $AC$, astfel încât distanța de la punctul $N$ la dreapta $AB$ să fie egală cu distanța de la punctul $N$ la dreapta $BC$. Demonstrați că $\left(2+\sqrt{3}\right)NA = AB$.

**2.** În *Figura 3* este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AC = 16\text{cm}$ și $BD = 12\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $CD$, $PM \perp (ABC)$, $PM = 4\text{cm}$ și $O$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $BD$.

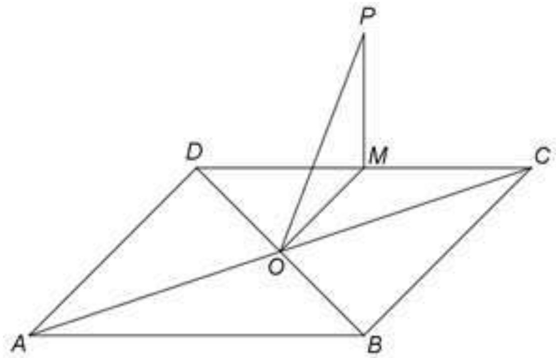


*Figura 3*

**5p** **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu $96\text{cm}^2$.

**5p** **b)** Demonstrați că dreapta $AD$ este paralelă cu planul $(POM)$.

**5p** **c)** Determinați distanța de la punctul $P$ la dreapta $AC$.

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE** **Test 22**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | 10 | **5p** |
| **2.** | 2 | **5p** |
| **3.** | 1 | **5p** |
| **4.** | 12 | **5p** |
| **5.** | 60 | **5p** |
| **6.** | 0 | **5p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | Desenează paralelogramul | **4p** |
| | Notează paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC) > 90°$ | **1p** |
| **2.** | $\frac{a}{3}=\frac{b}{7}=\frac{c}{11}=\frac{a+c}{14}$ | **3p** |
| | $\frac{b}{7}=\frac{a+c}{14} \Rightarrow b=\frac{a+c}{2}$, deci $b$ este media aritmetică a numerelor $a$ și $c$ | **2p** |
| **3.** | Un kilogram de banane costă $2x$, unde $x$ este prețul unui kilogram de portocale, deci $30\cdot x+45\cdot 2x=360$ | **3p** |
| | $x=3$ lei | **2p** |
| **4.** | **a)** $x=1+2\sqrt{3}+3-4+2\sqrt{5}=$ | **3p** |
| | $=2\sqrt{3}+2\sqrt{5}=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$ | **2p** |
| | **b)** $y=\left(\sqrt{15}+5\sqrt{3}-3\sqrt{5}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}=1+\frac{5}{\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{3}}=1+\sqrt{5}-\sqrt{3}$ | **3p** |
| | $N=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}-\sqrt{3}-1\right)=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=2(5-3)=4$, care este număr natural | **2p** |
| **5.** | $E(x)=x^2-2x+1+4x^2-4x+1+2x-1-2x^2+x+3x-1=3x^2$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $E(n)=3n^2$, pentru orice număr natural $n$ și, cum $E(n)$ este număr prim, obținem $n=1$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **a)** $\Delta ABC$ este dreptunghic în $A \Rightarrow AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=$ | **3p** |
| | $=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\text{cm}$ | **2p** |
| | **b)** $\Delta ABC$ este dreptunghic și $AC=\frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle ABC)=30° \Rightarrow m(\sphericalangle ACB)=60°$ | **2p** |
| | Semidreapta $CM$ este bisectoarea unghiului $ACB \Rightarrow m(\sphericalangle MCB)=\frac{m(\sphericalangle ACB)}{2}=30°$, de unde obținem $\sphericalangle MBC \equiv \sphericalangle MCB$, deci triunghiul $BMC$ este isoscel | **3p** |
| | **c)** $ND \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow d(N,BC)=ND$ și $NA \perp AB \Rightarrow d(N,AB)=NA$, deci $NA=DN$ | **1p** |
| | $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCN$ și $\sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle CDN \Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta DCN \Rightarrow \frac{AB}{DN}=\frac{BC}{NC} \Rightarrow AB\cdot NC=BC\cdot DN$ | **2p** |
| | Cum $DN=NA$ și $NC=AC-NA$, obținem $4\sqrt{3}\cdot(4-NA)=8NA \Rightarrow 8NA+4\sqrt{3}NA=16\sqrt{3}$, de unde obținem $4\left(2+\sqrt{3}\right)NA=16\sqrt{3}\text{cm}$, deci $\left(2+\sqrt{3}\right)NA=4\sqrt{3}\text{cm}=AB$ | **2p** |
| **2.** | **a)** $ABCD$ este romb, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{AC\cdot BD}{2}=$ | **3p** |
| | $=\frac{16\cdot 12}{2}=96\text{cm}^2$ | **2p** |
| | **b)** $ABCD$ este romb și $O$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $BD \Rightarrow O$ este mijlocul segmentului $AC$ și, cum $M$ este mijlocul segmentului $CD$, obținem că $MO$ este linie mijlocie în $\Delta ADC$ | **2p** |
| | $AD \parallel MO$, $MO \subset (POM) \Rightarrow AD \parallel (POM)$ | **3p** |
| | **c)** $PM \perp (ABC)$, $MN \perp AC$, $N \in AC$, $AC \subset (ABC) \Rightarrow PN \perp AC$, deci $d(P,AC)=PN$ | **2p** |
| | $MN \perp AC$, $BD \perp AC \Rightarrow MN \parallel BD$ și, cum $M$ este mijlocul segmentului $CD$, obținem că $MN$ este linie mijlocie în $\Delta DOC$, deci $MN=\frac{DO}{2}=3\text{cm}$ și, cum $PM \perp (ABC)$, $MN \subset (ABC)$, deci $PM \perp MN$, obținem $PN=\sqrt{PM^2+MN^2}=5\text{cm}$ | **3p** |