EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 24

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $20\cdot 4-4\cdot 10$ este egal cu $\dots$.

5p **2.** Numărul care reprezintă 75% din 100 este egal cu $\dots$.

5p **3.** Cel mai mare număr par din mulțimea numerelor naturale de două cifre este $\dots$.

5p **4.** Dacă unghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt suplementare și $m(\sphericalangle ABC)=60°$, atunci măsura unghiului $A'B'C'$ este egală cu $\dots°$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui cub este egală cu 120 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu $\dots\text{ cm}$.

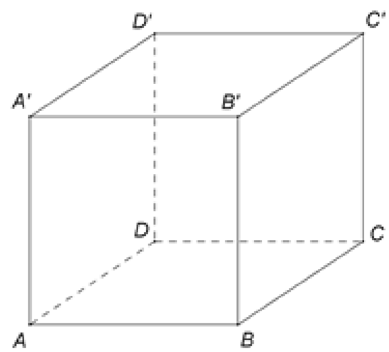
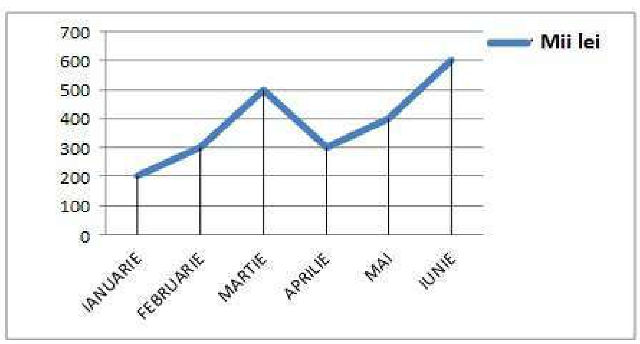


Figura 1

5p **6.** În diagrama următoare sunt prezentate încasările unei firme, în mii lei, înregistrate în fiecare dintre primele șase luni ale unui an.



Conform informațiilor din diagramă, media sumelor încasate în primele cinci luni ale anului este egală cu $\dots$ mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V.

5p **2.** Determinați numerele naturale de patru cifre care se divid cu 10 și cu 9 și care au două cifre egale cu 4.

5p **3.** Într-o clasă, numărul elevilor absenți din ziua de luni a reprezentat $\frac{1}{8}$ din numărul elevilor prezenți. Marți, numărul elevilor absenți a scăzut cu 1 față de luni și a reprezentat 8% din numărul elevilor prezenți în acea zi. Determinați numărul elevilor din acea clasă.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}\right)$ și $b=\left(3+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

5p **a)** Arătați că $a=-5$.

5p **b)** Arătați că numărul $N=b-\sqrt{-a}$ este prim.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+3)(3x-2)-(x-1)^2-(2x-1)^2+26$, unde x este număr real. Demonstrați că $E\left(7^n-2\right)$ se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un cerc de centru O și rază $R=16\text{cm}$. Punctele A, B, C și D, în această ordine, sunt situate pe $\mathcal{C}(O,R)$ astfel încât $m\left(\overset{\frown}{AB}\right)=75°$, $m\left(\overset{\frown}{BC}\right)=90°$ și $m\left(\overset{\frown}{CD}\right)=75°$.

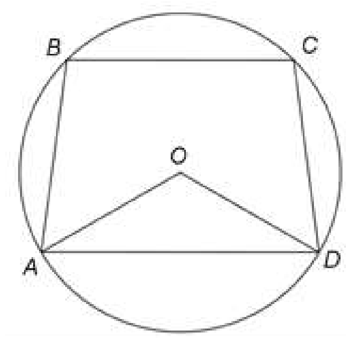


Figura 2

5p **a)** Arătați că arcul mic $\overset{\frown}{AD}$ are măsura de $120°$.

5p **b)** Determinați lungimea coardei BC.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$, cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB=12\sqrt{3}\text{cm}$, $VA=20\text{cm}$ și $VO\perp(ABC)$, unde O este centrul cercului circumscris ΔABC. Punctul M este mijlocul muchiei BC, punctul N este mijlocul segmentului AO și punctul P este situat pe muchia VA astfel încât $VP=2AP$.

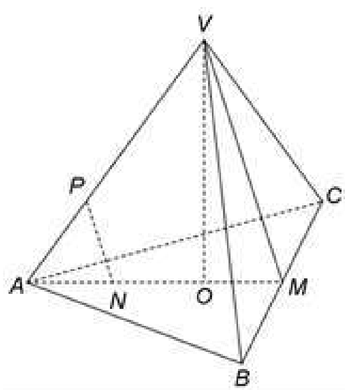


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $108\sqrt{3}\text{cm}^2$.

5p **b)** Demonstrați că dreapta NP este paralelă cu planul (VBC).

5p **c)** Arătați că sinusul unghiului dintre dreapta VO și planul (VBC) este egal cu $\frac{3\sqrt{73}}{73}$.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Test 24**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	40	**5p**
2.	75	**5p**
3.	98	**5p**
4.	120	**5p**
5.	10	**5p**
6.	340	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida cu baza pătrat	**4p**
	Notează piramida $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și vârful V	**1p**
2.	$\overline{abcd}$ se divide cu $10 \Rightarrow d=0$ și, cum $\overline{abc0}$ se divide cu $9 \Rightarrow a+b+c$ se divide cu 9	**2p**
	Cum două dintre cifre sunt egale cu 4, obținem că una din cifre este 1, deci numerele sunt 1440, 4140 și 4410	**3p**
3.	Luni au lipsit $\frac{x}{9}$ elevi și au fost prezenți $\frac{8x}{9}$ elevi, unde x este numărul elevilor din clasă	**2p**
	$\frac{x}{9}-1=\frac{8}{100}\cdot\left(\frac{8x}{9}+1\right)$, de unde obținem $x=27$	**3p**
4.	**a)** $a=(\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3\sqrt{3})=(\sqrt{2}-\sqrt{3})(5\sqrt{2}+5\sqrt{3})=5(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})=$	**3p**
	$=5(2-3)=-5$	**2p**
	b) $b=\frac{18+3+2+1}{6}\cdot(3+\sqrt{5})\cdot\frac{1}{4}=\frac{24}{6}\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{4}=3+\sqrt{5}$	**3p**
	$N=3+\sqrt{5}-\sqrt{-(-5)}=3+\sqrt{5}-\sqrt{5}=3$, care este număr prim	**2p**
5.	$E(x)=6x^2-4x+9x-6-x^2+2x-1-4x^2+4x-1+26=x^2+11x+18$, pentru orice număr real x	**3p**
	$E(7^n-2)=(7^n-2)^2+11(7^n-2)+18=7^{2n}-4\cdot7^n+4+11\cdot7^n-22+18=7^{2n}+7\cdot7^n=7^{n+1}(7^{n-1}+1)$, care se divide cu 7^{n+1}, pentru orice număr natural nenul n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $m(\overset{\frown}{AB})+m(\overset{\frown}{BC})+m(\overset{\frown}{CD})+m(\overset{\frown}{AD})=360^\circ$	**3p**
	$m(\overset{\frown}{AD})=360^\circ-(75^\circ+90^\circ+75^\circ)=120^\circ$	**2p**
	b) $\sphericalangle BOC$ este unghi la centru și $m(\overset{\frown}{BC})=90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BOC)=90^\circ$	**2p**
	ΔBOC este dreptunghic isoscel cu $OB=OC=16\text{ cm}$, deci $BC=16\sqrt{2}\text{ cm}$	**3p**
	c) $m(\overset{\frown}{AB})=m(\overset{\frown}{CD}) \Rightarrow AB=CD$	**2p**
	$\sphericalangle ACB$ înscris în cerc $\Rightarrow m(\sphericalangle ACB)=\frac{1}{2}m(\overset{\frown}{AB})$, $\sphericalangle CAD$ înscris în cerc $\Rightarrow m(\sphericalangle CAD)=\frac{1}{2}m(\overset{\frown}{CD})$ deci $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle CAD$ și, cum $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CAD$ sunt alterne interne, obținem $AD \parallel BC$, deci $ABCD$ este trapez isoscel	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\frac{432\sqrt{3}}{4}=108\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**2p**
	b) O centrul cercului circumscris $\Delta ABC \Rightarrow AO=\frac{2}{3}AM$ și, cum N este mijlocul segmentului AO, obținem $\frac{AN}{AM}=\frac{1}{3}$ și, cum $P\in VA$ astfel încât $VP=2AP \Rightarrow \frac{AP}{AV}=\frac{1}{3}$, obținem $\frac{AN}{AM}=\frac{AP}{AV}$, deci $NP \parallel VM$	**3p**
	$NP \parallel VM$, $VM \subset (VBC) \Rightarrow NP \parallel (VBC)$	**2p**
	c) O centrul cercului circumscris ΔABC și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VB=VC$, deci $VM \perp BC$ și, cum $OM \perp BC$ și $OM \cap VM=\{M\}$, obținem $BC \perp (VOM)$	**1p**
	Pentru $OQ \perp VM$, $Q \in VM$, cum $OQ \subset (VOM) \Rightarrow BC \perp OQ$ și, cum $VM \cap BC=\{M\}$, obținem $OQ \perp (VBC)$, deci $m(\sphericalangle(VO,(VBC)))=m(\sphericalangle(VO,VQ))=m(\sphericalangle OVQ)$	**2p**
	$AO=12\text{ cm}$ și ΔVOA este dreptunghic, deci $VO=\sqrt{VA^2-AO^2}=16\text{ cm}$ și, cum $OM=6\text{ cm}$, obținem $VM=2\sqrt{73}\text{ cm}$, deci $\sin(\sphericalangle OVQ)=\sin(\sphericalangle OVM)=\frac{OM}{VM}=\frac{3\sqrt{73}}{73}$	**2p**