

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

etapa locală

Clasa a V- a

24 Ianuarie 2009

SUBIECTUL I (7p)

Se consideră mulțimea de numere naturale A pentru care sunt îndeplinite simultan, condițiile: *i)* $2 \in A$;

ii) Dacă $x \in A$, atunci $3x + 2 \in A$;

iii) Dacă $x^2 + 1 \in A$, atunci $x \in A$.

7p) | Să se arate că $\{1; 4; 5; 26\} \subset A$.

SUBIECTUL II (7p)

2p) | a) Arătați că nu există numere naturale a și b care să verifice egalitatea:

$$3a^2 + 5b^2 = 7^{2010}$$

2p) | b) Determinați ultima cifră a numărului: $a = 2^{2009} + 3^{2009} + 4^{2009} + \dots + 11^{2009}$.

3p) | c) Determinați cardinalul mulțimii $M = \{x \in \mathbb{N} / 41 \cdot 7^x \leq 343 \cdot 2009\}$

SUBIECTUL III (7p)

Se dă numărul natural $T = \overline{abc}$ scris în baza 10, unde a, b, c sunt cifre nenule.

4p) | a) Să se demonstreze că suma resturilor împărțirii numărului T la a, b respectiv c este mai mică decât 24.

3p) | b) Să se demonstreze că suma resturilor împărțirii numărului T la a, b respectiv c nu poate fi egală cu 23.

NOTĂ: *Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte.*

Timp de lucru – 2 ore.