OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

etapa locală

Clasa a VII- a

24 Ianuarie 2009

SUBIECTUL I (7p)

Demonstrați că:

7p) $\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+...+\frac{n+2}{n(n+1)}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}\right)<2, \quad \forall n\in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}$

(G.M. nr. 10/2008)

SUBIECTUL II (7p)

4p) a) Să se determine $n\in\mathbb{Z}$ astfel încât $\frac{n-2008}{2010}+\frac{n-2010}{2008}\in\mathbb{Z}$;

3p) b) Să se arate că $\frac{m^2-2008}{2010}+\frac{m^2-2010}{2008}\notin\mathbb{Z}, \forall m\in\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (7p)

Pe laturile triunghiului oarecare $\triangle ABC$ cu $m(\sphericalangle A)<60^\circ$, se construiesc în exterior triunghiurile echilaterale $\triangle ABM$ şi respectiv $\triangle ACN$. Se consideră punctul S astfel ca $ANSM$ să fie paralelogram.

4p) a) Să se demonstreze că $m(\sphericalangle BSC)=60^\circ$.

3p) b) Să se demonstreze că $\triangle BSC$ este echilateral.

SUBIECTUL IV (7p)

În patrulaterul convex $ABCD$, $M\in(AD), N\in(BC)$, M este mijlocul segmentului (AD), N este mijlocul segmentului (BC).

4p) a) Să se demonstreze că $MN=\frac{AB+CD}{2}$ dacă şi numai dacă $AB\parallel CD$

3p) b) Să se demonstreze că dacă $AB\parallel CD$, $(AD)\equiv(BC)$ şi $A_{ABCD}=MN^2$ atunci $AC\perp BD$.

NOTĂ: ***Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte.***
Timp de lucru – 3 ore.