

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Serviciul Național de Evaluare și Examinare

A 45-a Olimpiadă Națională de Matematică
Etapa județeană și a Municipiului București

6 martie 2004

CLASA A VII-A

Subiectul 1

Aflați câte numere naturale scrise în baza zece îndeplinesc simultan următoarele condiții:

- i) fiecare număr are 6 cifre;
- ii) suma cifrelor fiecărui număr este 9;
- iii) 4 dintre cifrele fiecărui număr sunt 2, 0, 0, 4.

Subiectul 2

Fie ABC un triunghi și D un punct pe latura BC . Bisectoarele unghiurilor $\angle ADB$ și $\angle ADC$ intersectează AB și AC în punctele M și N , iar bisectoarele unghiurilor $\angle ABD$ și $\angle ACD$ intersectează DM și DN în punctele K și L , respectiv.

Arătați că $AM = AN$ dacă și numai dacă MN și KL sunt paralele.

Subiectul 3

Fie mulțimea $A = \{n \in \mathbf{N}^* \mid 1 < \sqrt{1 + \sqrt{n}} < 2\}$.

- a) Enumerați elementele mulțimii A .
- b) Determinați $n \in A$ astfel încât

$$\sqrt{n} \cdot \left| 1 - \sqrt{1 + \sqrt{n}} \right| < 1.$$

Subiectul 4

Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC ($AB = AC$) și punctele $M, P \in [AB]$ astfel ca $AM = BP$. Fie D mijlocul laturii BC iar R, Q intersecțiile perpendicularei din A pe CM cu CM și respectiv BC .

Arătați că:

- a) $\angle AQC \equiv \angle PQB$;
- b) $m(\angle DRQ) = 45^\circ$.

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.