

BAREM DE CORECTARE

CLASA a V - a

Problema 1.

Presupunem că $m < n < p$ (celelalte soluții se obțin prin permutări circulare)	0.5 p
$p \geq 2$	0.5 p
Din $5^4 = 625$ și $5^5 = 3125$ rezultă $p \leq 4$; $m \leq 2$	1 p
Cazul I: $p = 4$. $28 < 5^m + 5^n < 184$	0.5 p
Pentru $m = 0 \Rightarrow n = 3$	1 p
Pentru $m = 1 \Rightarrow n \in \{2, 3\}$	1 p
Pentru $m = 2 \Rightarrow n = 3$	0.5 p
Cazul II: $p = 3$. $528 < 5^m + 5^n < 684$	0.5 p
Cum $m < n \leq 2$, nu există soluții	0.5 p
Cazul III: $p = 2 \Rightarrow m = 0$, $n = 1$, nu convine	0.5 p
Soluțiile sunt: $(0, 3, 4)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 3, 4)$, $(2, 3, 4)$	0.5 p
Total	7 p

Problema 2.

i) Fie $x \in A \cap B$. $x = 7n + 6 = 6n + 6 + n = M_3 + n$	1 p
Cum $x \in A \Rightarrow n = 3k + 1$, $k \in \mathbf{N}$	1 p
$x = 7(3k + 1) + 6 = 21k + 13$	0.5 p
Reciproc, $x = 21k + 13 = 3(7k + 4) + 1 = 7(3k + 1) + 6$	1 p
Deci, $x \in A \cap B$	0.5 p
ii) $21k + 13$ număr impar $\Rightarrow k = 2m$, $m \in \mathbf{N}$	1 p
$42m + 13 \leq 2010$	0.5 p
$0 \leq m \leq 47$	1 p
$\text{card}(A \cap B \cap C) = 48$	0.5 p
Total	7 p

Problema 3.

$m^2 + m = m(m + 1) = 2k$, $k \in \mathbf{N}^*$	1 p
$u(5^{2k}) = 5$, $u(9^{2k}) = 1$	1 p
$u(A) = 6$	0.5 p
$u(15p^2) \in \{0, 5\} \Rightarrow u(15p^2 + 1) \in \{1, 6\}$	1 p
$u(2(15p^2 + 1)) = 2$	0.5 p
$u(n^8) \in \{0, 1, 5, 6\}$	1 p
$u(B) \in \{2, 3, 7, 8\}$	1 p
$u(A \cdot B) \in \{2, 8\}$, deci $A \cdot B$ nu este pătrat perfect	1 p
Total	7 p

Problema 4.

$1329 = 189 \cdot 7 + 6$	0.5 p
Dacă $z = 7$, $189 \cdot 7 + 49 \cdot 1 > 1329$	0.5 p
$z \leq 6$	0.5 p
Cazul I: $z = 6 \Rightarrow 49x + 6y = 201$	0.5 p
$x < 4$; x impar; y cifră	0.5 p
$x = 3$, $y = 9$	0.5 p
Cazul II: $z = 5 \Rightarrow 49x + 5y = 389$	0.5 p
$u(5y) \in \{0, 5\}$	0.5 p
y par $\Rightarrow u(49x) = 9 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 68$, nu convine	0.5 p
y impar $\Rightarrow u(49x) = 4 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 19$, nu convine	0.5 p
Cazul III: $z \leq 4$, $49x + (188 + y)z \leq 1229$; ecuația nu are soluții	0.5 p
$A = 396 = 6^2 \cdot 11$	0.5 p
$k = 11$	1 p
Total	7 p