

Exercitii și probleme propuse elevilor

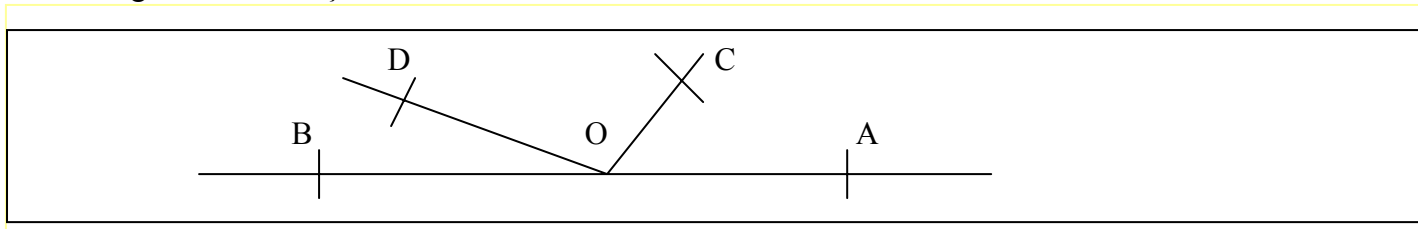
TEMA 2. Algebra :

1. Aflați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 5,6,7,8 dă resturile 4,5,6,7.
2. Determinați numerele naturale cuprinse între 1200 și 5200 care împărțite la 20,28 și 36 să dea de fiecare dată restul 5.
3. Numerele 1333 și 351 dau resturile 13 și respectiv 15 la împărțirea cu același număr natural nenul. Aflați acest împărțitor.
4. Determinați numerele naturale a și b în fiecare din următoarele situații:
 - a) $(a;b)=18$ și $a+b=180$
 - b) $(a;b)=8$ și $ab=1344$
 - c) $(a;b)=8$ și $a^2+b^2=832$
 - d) $(a;b)=28$ și $[a;b]=784$
 - e) $(a;b)=10$ și $3a+5b=180$
5. Determinați numărul natural A de forma $A=2^a3^b$ știind că $2A$ are cu trei divizori mai mulți decât A , iar $3A$ are cu patru divizori mai mulți decât A .
6. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile
 - a) $\frac{9n+4}{7n+3}$
 - b) $\frac{2n+3}{n^2+3n+2}$
 - c) $\frac{an+1}{an^2+n+1}$
7. Determinați cel mai mare divizor comun al numerelor $2k+1$ și $9k+4$ dacă $k \in \mathbb{N}$.
8. Arătați că $2^n \cdot 5^n + 1$ și $2^{n+1} \cdot 5^n + 1$ nu sunt prime între ele.
9. Dacă numerele a și b ($a > b$) sunt prime între ele, în ce caz numerele $a+b$ și $a-b$ sunt și ele prime între ele?
10. Dacă numerele a și b sunt prime între ele, demonstrați că $a+b$ și $a-b$ sunt prime cu ab .
11. Dacă numerele a și b sunt prime între ele, în ce caz numerele $a+b$ și a^2+b^2 sunt și ele prime între ele?
12. Verificați dacă numerele x,y,z sunt prime între ele știind că $x=2p+1$, $y=2p^2+2p$, $z=2p^2+2p+1$, $p \in \mathbb{N}^*$.
13. Dacă a și b sunt numere naturale nenule, iar $a+b$ este un număr prim, atunci a și b sunt prime între ele.

TEMA 2. Geometrie:

1. Unghiurile $\angle A$ și $\angle B$ au măsurile de $41^{\circ}35'39''$ și respectiv $62^{\circ}47'51''$.
 - a) Calculați măsura complementului unghiului A
 - b) Calculați măsura suplementului unghiului B
 - c) Calculați $3m(\angle A)+2m(\angle B)$.
2. a. Să se afle măsurile a două unghiuri complementare știind că o pătrime din măsura unuia este cu 5° mai mare decât o treime din măsura celuilalt.
b. Fie $\angle AOB$ și $\angle BOC$ două unghiuri adiacente suplementare astfel încât $m(\angle AOB)=a$ și $m(\angle BOC)=b$. Să se afle a și b știind că $2a=3b$.
3. Determinați măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente cu măsurile de α și β grade.
4. Două unghiuri adiacente au bisectoarele perpendiculare. Să se afle măsurile celor două unghiuri știind că măsura unuia dintre ele este de 5 ori mai mare decât măsura celuilalt.

5. În figura de mai jos $m(\angle COD)$ este a grade. Să se afle măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC și BOD.



6. Se consideră unghiul drept $\angle XOY$; (OX este bisectoarea unui unghi $\angle AOB$, iar (OY bisectoarea unui unghi $\angle COD$. Arătați că unghiul $\angle AOC$ și $\angle BOD$ sunt suplementare.
7. Se consideră $\angle AOB$ ascuțit și semidreapta (OE opusă semidreptei (OA ; de aceeași parte a dreptei OB se duc OC și OD perpendiculare pe OA , respectiv OB . Știind că $m(\angle DOE)=3 m(\angle AOB)$ să se afle $m(\angle DOE)$ și $m(\angle FOE)$ unde (OF este bisectoarea unghiului $\angle AOD$.
8. Fie ABC și ABD două unghiuri complementare neadiacente și (BE o semidreaptă cu proprietatea că unghiurile ABE și EBD sunt adiacente având măsurile de $x^{\circ}y'$, respective $y^{\circ}x'$, unde x și y sunt numere naturale a căror sumă este 60. Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ABC și ABD .
9. Se dau unghiurile AOB , BOC , COD cu interioarele disjuncte două câte două astfel încât unghiul sumă al primelor două să fie suplementar unui unghi de 100° , unghiul sumă al ultimelor două să fie suplementar unui unghi de 90° iar unghiul sumă dintre primul și ultimul să fie suplementar unui unghi de 80° . Demonstrați că bisectoarele unghiurilor DOC și BOC formează unghi de 45° .
10. Dintr-un punct O se duc semidreptele (OA , (OB , (OC astfel încât ($OC \subset \text{int}(\angle AOB)$ și $m(\angle AOB)+m(\angle AOC)=180^{\circ}$.
- Dacă (OX este bisectoarea unghiului BOC demonstrați că $OX \perp OA$.
 - Dacă $m(\angle AOB)=3m(\angle BOC)$, să se calculeze $m(\angle AOC)$, $m(\angle AOB)$, $m(\angle XOY)$ unde (OY este bisectoarea unghiului $\angle AOC$.
11. În interiorul unui unghi AOB se construiesc semidreptele (OC și (OD astfel încât $OC \perp OA$ și $m(\angle DOC)=20^{\circ}$. Știind că unghiul format de bisectoarele unghiurilor AOD și BOC are măsura de 70° , să se afle măsura unghiului AOB .
12. Determinați măsura unui unghi știind că suplementul său este congruent cu complementul suplementului său.
13. Se consideră unghiul drept AOB și d o dreaptă care trece prin O și nu are puncte în interiorul unghiului sau pe laturile acestuia. Fie punctul C pe dreapta d , situat în semiplanul determinat de dreapta OB și punctul A , iar D un punct pe dreapta d astfel ca semidreptele (OC și (OD să fie opuse.
- Demonstrați că unghiul AOC este ascuțit.
 - Dacă punctul M este în interiorul unghiului AOB astfel încât $\angle AOC \equiv \angle AOM$, demonstrați că (OB este bisectoarea unghiului MOD .

Nota:

Exercitiile si problemele au fost selectate de prof. ANA POȘTARU

Liceul Pedagogic "Carmen Sylva" Timișoara.