

Olimpiada de Matematică –etapa județeană- Galați

13 martie 2010

Clasa a VI-a

Problema 1. Numerele naturale x, y, z sunt direct proporționale cu numerele naturale prime p, q, r . Știind că $p < q < r$, $p + q + r = 10$, $x + y + z = 100$, să se calculeze suma ultimelor 2010 cifre ale numărului $T = x^{2009} + y^{2009} + z^{2009}$.

Florin Antohe, profesor, Galați

Problema 2. a) Să se demonstreze că fracția $\frac{7 \cdot n + 17}{5 \cdot n + 12}$ este ireductibilă, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine numerele naturale diferite de zero, x, y și n , știind că

$$\frac{x}{y} = \frac{7 \cdot n + 17}{5 \cdot n + 12} \text{ și } x - y = 14.$$

Marcel Manea, profesor, Galați

Problema 3. Fie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2009} = \frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a, b) = 1$. Să se determine cel mai

mare număr natural $p \in \mathbb{N}$, astfel încât $2^p \mid b$.

Vasile Popa, profesor, Galați

Problema 4. Fie unghiul $\angle XOY$ cu măsura de 45° , astfel încât semidreptele $[OX$ și $[OY$ sunt bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, respectiv $\angle COD$. Știind că punctele B și D aparțin interiorului unghiului $\angle XOY$ și că $m(\angle AOC) = 4 \cdot m(\angle BOD)$, să se calculeze măsurile unghiurilor $\angle BOD$ și $\angle AOC$.

Marcel Manea, profesor, Galați

www.mategl.com

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.