

## Bareme de rezolvare

### Clasa a VII-a

1. a) Scrie  $S = 2009 \left( \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{2007 \cdot 2009} \right)$  5p

Află  $2S = 2009 \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2007} - \frac{1}{2009} \right) \Leftrightarrow 2S = 2009 \left( 1 - \frac{1}{2009} \right)$  5p

$S = \frac{2009 \cdot 2008}{2009} \cdot \frac{1}{2} = 1004 \in \mathbb{N}$  5p

b)  $x + 1004 = 2010 \Leftrightarrow x = 2010 - 1004 \Rightarrow x = 1006$  5p

2. a)  $\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)} = \frac{100(x + y + z)}{90}$  5p

$\sqrt{\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)}} = \frac{10}{3} \sqrt{\frac{x + y + z}{10}} \in \mathbf{Q} \Rightarrow x + y + z = 10 k^2$  5p

$3 \leq x + y + z \leq 27 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x + y + z = 10$

pt  $x = 1$  avem 8 soluții, pt.  $x = 2$  avem 7 soluții, ..., pt.  $x = 8$  avem 1 soluție

$\Rightarrow 1 + 2 + \dots + 8 = 36$  soluții 5p

b)  $\overline{abc} = 2k - 1$  (1p)

$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 2k - 1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2k - 2 + (1 + 2 + \dots + k) =$   
 $= k(2k + 1) - k(k + 1) = k^2$  5p

$k = \overline{cba} \Rightarrow 2\overline{cba} - 1 = \overline{abc} \Rightarrow c$  impar și  $c < 5 \Rightarrow c \in \{1, 3\}$  5p

$c = 1 \Rightarrow 2 \cdot \overline{1ba} = \overline{ab2}$  imposibil

$c = 3 \Rightarrow 2 \cdot \overline{3ba} = \overline{ab4} \Rightarrow a = 7, b = 9 \Rightarrow \overline{abc} = 793$  5p

3. a) desen 2p

b)  $\triangle AEC - isocel \Rightarrow \sphericalangle A \equiv \sphericalangle ACE, m(\sphericalangle A) = 30^\circ, m(\sphericalangle ACD) = 60^\circ$  3p

c) arată  $DE = EM$  2p

(aplică teorema unghiului de 30 grade, sau metoda triunghiurilor congruente, sau proprietatea punctelor de pe bisectoare).

d)  $M =$  mijlocul lui  $AC$ ,  $BE$  mediană și înălțime în triunghiul  $ABC \Rightarrow \triangle ABC - isocel$

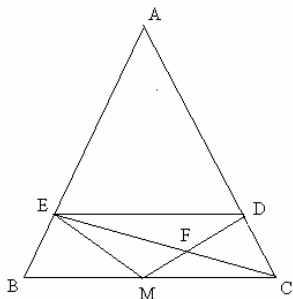
$m(\sphericalangle ACB) = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC - echilateral$  3p

4. a)  $\triangle BEM \cong \triangle CDM \Rightarrow BE = CD$  5p

$$\Rightarrow AE = AD \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$\Rightarrow DE \parallel BC$  (reciproca lui Thales) 5p

b) Fie F mijlocul lui [MD]



$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle CFM \cong \triangle EFD$  5p

$\Rightarrow CF = FE \Rightarrow CDEM$  paralelogram 5p

$$\Rightarrow DE = MC = \frac{BC}{2} \Rightarrow DE \text{ linie mijlocie} \Rightarrow E \text{ mijlocul lui } [AB]$$

$\Rightarrow ME$  linie mijlocie  $\Rightarrow ME \parallel AC$  5p

Cum  $ME \perp AB \Rightarrow AC \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$  este dreptunghic 5p

10p - oficiu