Olimpiada de Matematică -faza locală- Iasi

30 Ianuarie 2010

CLASA a VII-a

1. Se dă suma $S = \frac{2009}{1 \cdot 3} + \frac{2009}{3 \cdot 5} + \frac{2009}{5 \cdot 7} + ... + \frac{2009}{2007 \cdot 2009}$. Să se arate că:

a) $S \in \mathrm{N}$

b) să se determine x ştiind că $x + S = 2010$

2. a) Câte triplete (x, y, z) cu x, y, z > 0 şi $\sqrt{\overline{\mathrm{x,y(z)}} + \overline{\mathrm{y,z(x)}} + \overline{\mathrm{z,x(y)}}} \in \mathbf{Q}$ există?

b) Să se afle numărul natural $\overline{\mathrm{abc}}$ astfel încât $\sqrt{1+3+5+...+\overline{\mathrm{abc}}} = \overline{\mathrm{cba}}$.

3. În triunghiul $ADC, m(< ADC) = 90^0$, bisectoarea unghiului ACD intersectează latura AD în E. Dacă $[AE] \equiv [EC], EM \perp AC, M \in (AC)$ şi $EM \cap CD = \{B\}$, se cere:

a) Realizaţi desenul respectând datele problemei;
b) Să se determine măsurile unghiurilor triunghiului ADC;
c) Să se demonstreze că triunghiul DEM este isoscel;
d) Să se demonstreze că triunghiul ABC este echilateral.

4. Fie ABC un triunghi isoscel ((AB) ≡ (AC)) şi M mijlocul lui (BC). Construim $\mathrm{ME} \perp \mathrm{AB}$,

$\mathrm{E} \in \mathrm{AB}$ şi $\mathrm{MD} \perp \mathrm{AC}$, $\mathrm{D} \in \mathrm{AC}$.

a) Să se arate că $\mathrm{DE} \parallel \mathrm{BC}$;

b) Ştiind că CE conţine mijlocul lui MD să se arate că $\Delta\mathrm{ABC}$ este dreptunghic