INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

ETAPA JUDEŢEANĂ 02.04.2011

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

a) Arătaţi că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $8(3^n + 3^{n+2} + 3^{n+4}) = 3^n(3^6 - 1)$.

b) Fie numărul $A = 3^1 + 3^3 + 3^5 + \ldots + 3^{2011}$. Stabiliţi dacă numărul $24 \cdot A + 9$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL 2

a) Arătaţi că $n^2 - 2011n$ este număr natural par, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2011$.

b) Determinaţi numerele naturale x şi y, ştiind că $2^x + 3(y + 1101) = y^2$.

SUBIECTUL 3

a) Arătaţi că numărul $m = \overline{abc0abc0} + \overline{abc}$ este divizibil cu 37, pentru orice număr $\overline{abc}$.

b) Ştiind că numărul $\overline{abc}$ este divizibil cu 37, arătaţi că $n = 3 \cdot \overline{bca} + 7 \cdot \overline{cab}$ este divizibil cu 37.

SUBIECTUL 4

Determinaţi câtul şi restul împărţirii numerelor:
a) 3^{103} la $4 \cdot 3^{100}$;
b) $4 \cdot 3^{103} + 4$ la $3^{100} - 1$.

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Determinaţi tripletele (x, y, z) de numere naturale, ştiind că $\frac{x - 10^2}{10^3} = \frac{234}{yz + y} = \frac{y}{10}$.

SUBIECTUL 2

a) Arătaţi că există numere naturale care se termină cu 984 şi sunt divizibile cu 948.

b) Există numere naturale care se termină cu 948 şi sunt divizibile cu 984 ?

SUBIECTUL 3

În jurul punctului O se consideră unghiurile AOB, BOC, COD, DOA, astfel încât

$6 \cdot m(\sphericalangle BOC) = 7 \cdot m(\sphericalangle AOB)$, $7 \cdot m(\sphericalangle COD) = 10 \cdot m(\sphericalangle AOD)$ şi unghiul format de bisectoarele unghiurilor AOB şi COD este alungit.

a) Demonstraţi că unghiurile BOC şi AOD sunt congruente.

b) Aflaţi măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC şi BOD.

SUBIECTUL 4

a) Demonstrați că într-un triunghi isoscel unghiurile de la bază sunt congruente.

b) Se dă triunghiul isoscel ABC, AB=AC, $m(\hat{A}) > 90^0$. Se notează cu M punctul de intersecţie dintre perpendiculara în A pe AC şi perpendiculara în B pe BC, iar cu N punctul de intersecţie dintre perpendiculara în A pe AB şi perpendiculara în C pe BC. Dacă $\{P\} = BN \cap CM$, demonstraţi că [AP este bisectoarea unghiului BAC.

Subiecte propuse de prof. Damian Marinescu și Ion Sorin