BAREM Clasa a VI-a

1. Presupunem ca oricare ar fi doua puncte colorate la fel pe d, mijlocul segmentului determinat de ele este colorat diferit de cele doua si aratam ca se obtine contradictie (1p)
Exista doua puncte colorate la fel, fie acestea A_5 si A_6 colorate cu rosu, de exemplu
Consideram punctele A_1 ; A_2 ; A_3 ;...; A_{10} pe dreapta d astfel incat
$A_1A_2= A_2A_3=... =A_9A_{10}$ (1p)
Din $A_4A_5= A_5A_6$ rezulta A_4 este obligatoriu albastru, analog A_7 este albastru (1p)
Din $A_1A_4= A_4A_7$ rezulta A_1 este obligatoriu rosu, analog A_{10} este rosu (1p)
Din $A_1A_3= A_3A_5$ rezulta A_3 este obligatoriu albastru, analog A_8 este albastru (1p)
Daca A_2 este albastru atunci A_2 ; A_3 ; A_4 incalca presupunerea facuta
Daca A_2 este rosu atunci A_2 ; A_6 ; A_{10} incalca presupunerea facuta (1p)
Deci presupunerea facuta este falsa, adica exista trei puncte diferite pe dreapta d, colorate cu aceeasi culoare astfel incat unul dintre cele trei puncte sa fie mijlocul segmentului cu capetele in celelalte doua puncte (1p)

2. Se pot aseza fractiile intr-un tablou astfel : pe o linie fractiile cu aceeasi suma intre numarator si numitor : pe prima linie $\frac{1}{1}$, pe a doua linie $\frac{2}{1};\frac{1}{2}$, pe a treia linie $\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3}$,..., pe a n-a linie $\frac{n}{1};\frac{n-1}{2};\frac{n-2}{3};...;\frac{1}{n}$ (1p)
Se observa ca pe linia n sunt n fractii si suma dintre numarator si numitor este n+1 (1p)
a) 55=1+2+3+...+10, deci trebuie inmultite fractiile de pe primele 10 randuri (1p)
Avem: $\frac{1}{1}\cdot\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{1}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)...\left(\frac{10}{1}\cdot\frac{9}{2}\cdot...\cdot\frac{1}{10}\right)=1$ (1p)
b) Fractia $\frac{2011}{2012}$ este pe linia 2011+2012-1=4022 (1p)
Fractiile de pe linia 4022 sunt: $\frac{4022}{1};\frac{4021}{2};\frac{4020}{3};...;\frac{1}{4022}$, iar fractia $\frac{2011}{2012}$ este a 2012-a pe aceasta linie (1p)
Deci fractia $\frac{2011}{2012}$ este in sir pe pozitia 1+2+3+…+4021+2012=8088243 (1p)
Obs: daca elevul ghiceste rezultatul primeste 1 punct.

3. Deoarece un jucator ia minim o bila si maxim 10 bile la o extragere, inseamna ca jucatorul A poate sa conduca jocul astfel incat numarul de bile din urna sa scada tot timpul cu 1+10=11 bile astfel: daca B scoate b bile atunci A scoate a bile asa incat a+b=11 (2p)
Avem $2011=11\cdot182+9$ (1p)
Jucatorul A scoate mai intai 9 bile, astfel in urna raman $11\cdot182$ bile (1p)
Jucatorul B scoate b bile atunci A scoate a bile asa incat a+b=11 si tot asa astfel incat dupa ce A scoate bile in urna ramane un multipul de 11 de bile (2p)
Daca A respecta aceasta regula pana la sfarsit sigur va castiga (1p)

4. Sunt posibile doua cazuri:
1) (OB este in interiorul unghiului AOC (1p)
$m(\langle AOC)=4\cdot m(\langle BOC)$ (1p)
$m(\langle AOC)=2\cdot60^0=120^0$ (1p)
$m(\langle BOC)=30^0$
$m(\langle BOA)=90^0$ (1p)
2) (OC este in interiorul unghiului AOB (1p)
$m(\langle BOC)=60^0$ (1p)
$m(\langle BOA)=180^0$ (1p)
Daca elevul rezolva **un singur caz** primeste **4 puncte**, daca rezolva ambele cazuri primeste 7 puncte.