

CLASA A V-A

1. a) Calculați câte numere naturale de trei cifre au proprietatea că, prin împărțire la 19 sau la 17, dau același rest : 13.
b) Arătați că nu există niciun număr natural n pentru care numărul $B = 9^n + 13^n + 17^n$ este pătrat perfect.
2. Se consideră mulțimile $A = \{27, 28, 47\}$ și $B_n = \{6n + 5, 9n + 1, 3n + 5\}$, unde n este un număr natural nenul.
a) Determinați mulțimea $M = (B_1 \cap B_2) \cup (A \cap B_3)$.
b) Determinați numerele naturale n pentru care $A \cap B_n \neq \emptyset$.
3. Se consideră numărul $N = \overline{aabb}$.
a) Determinați numărul perechilor (a, b) de numere naturale pentru care N este divizibil cu 121.
b) Determinați numerele a și b pentru care N este pătrat perfect.
4. Pe trei rafturi sunt, în total, 72 de cărți. Un sfert din numărul cărților de pe primul raft se mută pe al doilea raft. Apoi, de pe al doilea raft se ia o treime din numărul cărților și se mută pe cel de-al treilea raft. În acest fel, pe fiecare raft avem același număr de cărți. Câte cărți erau la început pe fiecare raft ?

CLASA A VI-A

1. Pentru orice numere întregi n și p se notează $A(n, p) = 2n + 3p + 4$ și $B(n, p) = 5n + 6p + 7$.
a) Determinați numărul perechilor (n, p) de numere naturale pentru care $A(n, p) = 2011$.
b) Arătați că, dacă $A(n, p) + B(n, p)$ este un număr divizibil cu 3, atunci $A(n, p)$ și $B(n, p)$ sunt divizibile cu 3.
c) Determinați numerele întregi n pentru care $\frac{B(1, n)}{A(n, 1)} \in \mathbb{Z}$.

2. Se notează cu $[OC]$ bisectoarea unui unghi $\sphericalangle AOB$.
Dacă $[OD]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOC$, $[OE]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$, $[OF]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOE$, iar $m(\sphericalangle DOF) = 5^\circ$, calculați măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

Supliment Gazeta Matematică 1/2011, enunț modificat

3. Determinați numărul triunghiurilor care au, simultan, următoarele proprietăți:
a) măsurile unghiurilor sunt multipli de 15° .
b) unghiul format de două bisectoare interioare are măsura egală cu 60° .
4. Se consideră un dreptunghi $ABCD$ și se notează cu M, N, P, Q mijloacele laturilor sale.
Se spune că o mulțime de opt numere naturale este o mulțime *geometrică* dacă are proprietatea (P) : Așezând cele opt numere în vârfurile și mijloacele laturilor dreptunghiului, obținem că fiecare număr situat în mijlocul unei laturi este media aritmetică a numerelor situate în capetele laturii respective.
a) Arătați că $H = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$ nu este o mulțime *geometrică*.
b) Dați un exemplu de mulțime *geometrică*, înlocuind unul dintre elementele mulțimii H cu un alt număr natural.

Gazeta Matematică 2011, enunț modificat