BAREM DE CORECTARE – CLASA A VI-A

1.	a) $2n+3p=2007$ şi se deduce că *n* este divizibil cu 3, deci $n=3k$	**1p**
	$2k+p=669$, deci *p* este impar : $p=669-2k\geq 1\Rightarrow k\leq 334$	**1p**
	$k\in\{0,1,2,3,...,334\}$, există deci 335 perechi care verifică egalitatea din enunț	**1p**
	b) $A(n,p)+B(n,p)=3(2n+3p+3)+n+2$, deci $(n+2)$ se divide cu 3	**1p**
	$A(n,p)=3p+2(n+2)$ şi $B(n,p)=3(n+3p+1)+2(n+2)$, concluzia fiind imediată	**1p**
	c) $\frac{B(1,n)}{A(n,1)}=\frac{12+6n}{2n+7}=6-\frac{9}{2n+7}\in\mathbb{Z}$ (sau : $(2n+7)\,\vert\,(2n+7)$ şi $(2n+7)\,\vert\,(6n+12)\Rightarrow(2n+7)\,\vert\,(6n+21-6n-12)$	**1p**
	$(2n+7)\in\{-9,-3,-1,1,3,9\}\Rightarrow n\in\{-8,-5,-4,-3,-2,1\}$	**1p**
2.	Notăm măsura unghiului $\widehat{AOB}$ cu *n* (exprimată în grade) şi avem : $\widehat{AOC}=\widehat{BOC}=\frac{n}{2}$	**2p**
	$\widehat{AOD}=\widehat{DOC}=\frac{n}{4}$ şi $\widehat{DOB}=\frac{3n}{4}$, deci $\widehat{DOE}=\widehat{BOE}=\frac{3n}{8}$ şi	**2p**
	$\widehat{AOE}=\widehat{AOD}+\widehat{DOE}=\frac{5n}{8}$	**1p**
	$\widehat{AOF}=\widehat{FOE}=\frac{5n}{16}$	**1p**
	$\widehat{DOF}=\widehat{AOF}-\widehat{AOD}=\frac{5n}{16}-\frac{n}{4}=\frac{n}{16}=5^o$, de unde $n=80^o$.	**1p**
3.	Dacă bisectoarele se intersectează în *I*, atunci $m\left(\widehat{AIB}\right)=120^o$	**1p**
	Notăm $m\left(\frac{\widehat{A}}{2}\right)=x,m\left(\frac{\widehat{B}}{2}\right)=y$ şi avem $x+y=60^o$, de unde $2x+2y=120^o\Rightarrow m\left(\widehat{C}\right)=60^o$.	**2p**
	In acest caz obținem: $\left(\widehat{A},\widehat{B}\right)\in\{(15^o,105^o),(30^o,90^o),(45^o,75^o),(60^o,60^o),(75^o,45^o),(90^o,30^o),(105^o,15^o)\}$,	**2p**
	adică 7 triunghiuri.	
	Situația se poate repeta pentru orice alt vârf, deci avem în total $3\cdot 7-2=19$ triunghiuri (cele echilaterale se numără o singură dată).	**2p**
4.	a) notăm, de exemplu, cu *a,b,c,d,m,n,p,q* numerele plasate în punctele *A,B,C,D,M,N,P,* respectiv *Q* ; din $m=\frac{a+b}{2},n=\frac{b+c}{2},p=\frac{c+d}{2},q=\frac{d+a}{2}$, se ajunge la $m+n+p+q=a+b+c+d\overset{not.}{=}S$, deci $m+n+p+q+a+b+c+d=2S$	**3p**
	Deoarece suma elementelor mulțimii *H* este egală cu 61, adică un număr impar, avem $2S\neq 61$, deci *H* nu este o mulțime *geometrică.*	**2p**
	b) de exemplu, se poate înlocui 8 cu 11. Mai trebuie acum arătat că plasarea numerelor verifică proprietatea (P) !!!; într-adevăr, avem: $a=6,m=9,b=12,n=11,c=10,p=7,d=4,q=5$.	**2p**