**Covasna Olimpiada Naţională de Matematică Etapa Judeţeană 12 Martie 2011**

**CLASA a V-a**

**Problema 1.**

Un excursionist în 4 zile a parcurs 600 *km* în felul următor: în ultimele trei zile laolaltă a parcurs cu 30 *km* mai puţin, decât în primele trei zile laolaltă. Drumul parcurs în prima zi este jumătate din drumul parcurs în a doua zi şi o treime din drumul parcurs în a treia zi. Ce distanţă a parcurs excursionistul zilnic?

**Problema 2.**

Arătaţi, că:

**a.)** $1+3+5+........+97+99$ este pătrat perfect,

**b.)** $225+225\cdot 2+225\cdot 3+......+225\cdot 80$ este cub perfect,

**c.)** $3^{2011}+4^{2011}+5^{2011}+6^{2011}$ nu este pătrat perfect.

**Problema 3.**

Fie mulţimile $A=\left\{x\in \mathrm{N}\middle| x=2^{2^n+2}, n\in \mathrm{N}, n\le 3\right\}$, $B=\left\{y\in \mathrm{N}\middle| y^2=x, x\in A\right\}$ şi $C=\left\{z\in \mathrm{N}\middle| z=y^2-8, y\in B\right\}$.

**a.)** Determinaţi elementele mulţimilor! **b.)** Calculaţi: $A\cup B$, $A\cap B$, $C\setminus B$.

**c.)** Calculaţi: $card\left(\left(A\cup B\right)\setminus C\right)$

**Problema 4.**

**a.)** Determinaţi valorile lui $n\in N$, astfel încât fracţia $\dfrac{\overline{5n}-8}{78-\overline{n3}}$ să fie subunitară.

**b.)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii numărului $\overline{abac}$ la $\overline{ab}$, ştiind că $c=b+2$

**CLASA a VI-a**

**Problema 1.**

**a.)** Câte numere naturale există între 1 şi 2010 care nu se divid nici cu 15 şi nici cu18?

**b.)** Să se calculeze: $2^{2011}-\left(2^{100}+2^{100}+2^{101}+2^{102}+2^{103}+...+2^{2010}\right)$

**Problema 2.**

**a.)** Determinaţi cel mai mic număr natural n pentru care fracţia $\dfrac{2n+7}{4n-3}$ este reductibilă.

**b.)** Într-o cutie sunt bile roşii, albaştri şi verzi. Raportul numărului bilelor roşii şi albaştri este $\dfrac{2}{3}$, raportul numărului bilelor albaştri şi celor verzi este $\dfrac{4}{5}$. A câtea parte a numărului tuturor bilelor este numărul bilelor verzi?

**Problema 3.**

Se dă triunghiul $\triangle ABC$, cu laturile de lungime $a,b$ şi $c$. Dacă semiperimetrul triunghiului este de $36cm$ şi $\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{3a+b}{14}=\dfrac{2a-c}{2}$, calculaţi lungimea laturilor triunghiului!

**Problema 4.**

Fie $\triangle ABC$ în care $AB<AC$. Bisectoarea $[AY$ a unghiului exterior $B'AC$, $\left(A\in (BB')\right)$ intersectează prelungirea laturii $BC$ în punctul $M$. Pe $[AY$ se construieşte segmentul $[AN]\equiv[AM]$. Bisectoarea unghiului $BAC$ intersectează latura $BC$ în punctul $D$, iar $ND$ intersectează latura $AC$ în punctul $E$. Să se demonstreze că:

**a.)** $\sphericalangle AMD\equiv\sphericalangle AND$; **b.)** $\triangle AMB\equiv\triangle ANE$.