

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană  
12 Martie 2011

CLASA a VI-a  
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Problema 1.

- a.)  $2^{100} + 2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + 2^{103} + \dots + 2^{2010} =$   
 $= 2 \cdot 2^{100} + 2^{101} + \dots + 2^{2010} = 2^{101} + 2^{101} + \dots + 2^{2010} = \dots = 2^{2010} + 2^{2010} = 2^{2011} \dots\dots\dots 2p$   
 $2^{2011} - 2^{2011} = 0 \dots\dots\dots 1p$
- b.)  $2010 : 15 = 134$ , sunt 134 numere divizibile cu 15. ....1p  
 $2010 = 111 \cdot 18 + 12$ , sunt 111 numere divizibile cu 18. ....1p  
 $[15;18] = 90$  și  $2010 = 90 \cdot 22 + 30$ , sunt 22 de numere divizibile cu 15 și 18 .....1p  
 $134 + 111 - 22 = 223$  numere divizibile cu 15 sau cu 18. ....0,5p  
 $2010 - 223 = 1787$ , numere care nu se divid nici cu 15 și nici cu 18. ....0,5p

Problema 2.

- a.) Presupunem  $d \mid 2n+7$  și  $d \mid 4n-3$  .....1p  
Avem  $d \mid (2(2n+7) - (4n-3)) \Rightarrow d \mid 17$  .....1p  
Pentru  $d = 17$ ,  $n = 5$  .....1p
- b.)  $\frac{r}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \frac{2a}{3}$  .....1p  
 $\frac{a}{v} = \frac{4}{5} \Rightarrow v = \frac{5a}{4}$  .....1p  
Numărul tuturor bilelor este  $\frac{2a}{3} + \frac{5a}{4} + a = \frac{35a}{12}$  .....1p  
Raportul căutat  $\frac{\frac{5a}{4}}{\frac{35a}{12}} = \frac{3}{7}$  .....1p

Problema 3.

- $a + b + c = 36 \cdot 2$  .....1p  
 $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = 3k$  și  $b = 5k$  .....1p  
 $\frac{3a+b}{14} = \frac{2a-c}{2} \Rightarrow \frac{14k}{14} = \frac{6k-c}{2}$  .....2p  
 $2k = 6k - c \Rightarrow c = 4k$  .....1p  
 $3k + 5k + 4k = 72 \Rightarrow k = 6$  .....1p  
 $a = 18cm$ ,  $b = 30cm$ ,  $c = 24cm$  .....1p

Problema 4.

- Desen corect .....1p  
a.) Alegerea triunghiurilor  $AMD$  și  $AND$  .....1p  
Demonstrația  $\square AMD \equiv \square AND$  .....3p  
b.) Demonstrația  $\triangle AMB \equiv \triangle ANE$  .....2p