CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR "

Soluții si barem de corectare
Clasa a-IV-a
10 puncte din oficiu
Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
e	c	d	c	b	b	c	d	a

Subiectul II

1. Scrierea celor doua conditii..6p

   $9977 = \overline{ab0c} + 60 + \overline{d0ef} + 8000$ 4p

   $\overline{d0ef} = 1013$ 6p

   a=8..3p

   c=4..3p

   Finalizare...3p

2.

a, a+1, a+2, a+3, a+4 cele 5 numere consecutive..4p

al saselea numar 2(a+4)...2p

a+(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)+ 2(a+4)=102...3p

a=12...7p

Finalizarea 4p

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “ LOUIS FUNAR “

Soluții și barem de corectare

Clasa a-V-a

10 puncte din oficiu

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	d	b	c	b	b	a	a	c

Subiectul II

1. $u(2006^{2012})= u(6^{2012})= 6$……………………………………………………………………………………….3p

   $u(2007^{2012})= u(7^{2012})=u(7^{4})= 1$…………………………………………………………………………….4p

   $u(2008^{2015})= u(8^{2015})= u(8^{3})=2$……………………………………………………………………………..4p

   $u(2009^{2012})= u(9^{2012})= u(9^{2})=1$……………………………………………………………………………..4p

   $u(2006^{2012}+2007^{2012}+2008^{2015}+2009^{2012})=0$…………………………………………………………3p

   Finalizarea………………………………………………………………………………………………………2p

2. a. $A=11(a+3)$ ……………………………………………………………………………………………..2p

   A patrat perfect $\Leftrightarrow$ a+3 = 11 => a= 8 …………………………………………………………………….3p

b. Daca A este cub perfect atunci $a+3 = 11^{2}$ ……………………………………………………………2p

   a = 118 FALS deoarece a este cifra……………………………………………………………………………….3p

c. Din teorema impartirii cu rest A = 9c +3 ………………………………………………………………………2p

11(a+3)= 3(3c+1)……………………………………………………………………………………………………1p

Cazul a+3 = 3 => a= 0 FALS………………………………………………………………………………………2p

a+3 = 6 => a=3, atunci A= 66 , verifica conditia………………………………………………………………3p

a+3= 9 => a= 6, atunci A= 99 , nu verifica conditia…………………………………………………………….3p

a+ 3= 12 => a=9 atunci A= 132 , nu verifica conditia ……………………………………………………….3p

Finalizarea……1p

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR "

Clasa a-VI-a

10 puncte din ofici

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	b	d	a	c	d	c	c	a

Subiectul II

1. Fie $n = \frac{ab + bc + ca - 1}{abc} \in N, n > 0 \Rightarrow n \geq 1 \quad (1)$ ....

   3p

   $n = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{abc} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad (2)$ 3p

   Din relatiile (1) si (2) avem că n=1 , deci ab+bc+ca-abc = 1..3p

   Daca a=b => a|1 => a=1 contradictie, Deci a≠ b, b≠ c, c≠ a...4p

   Putem presupune ca 2 ≤ a < b < c 3p

   Dacă a > 2, atunci $n < \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{71}{105} < 1$ contradictie => a= 2...3p

   Daca b > 3, atunci $n < \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{59}{70} < 1$ contradictie => b= 3...3p

   Din n= 1, a =2, b = 3 rezulta c = 5..3p

2. Card A=$3^{26} - 2^{38}$- 1 si card B = 2^{42}- 3^{25}- 1...4p

   Demonstram ca $3^{26} - 2^{38}$- 1 < 2^{42}- 3^{25}- 1 <=> $3^{26} + 3^{25} < 2^{42} + 2^{38}$...4p

   $3^{25} \cdot 4 < 2^{38} \cdot 17$ <=> $3^{25} < 2^{36} \cdot 17$...4p

   $2^{36} \cdot 17 > 2^{36} \cdot 16 = 2^{40} = 256^5 > 243^5 = 3^{25}$..6p

   Finalizarea 2p

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR "

Clasa a-VII-a

10 puncte din oficiu

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	**b**	**c**	**c**	**b**	**d**	**a**	**b**	**d**

Subiectul II

1. Fie A' ∈ (CA astfel incat AA' ≡CE ……………………………………………………………………………….1p

   $\Delta A'BC$ isoscel $m(\angle BA'C) = m(\angle A'BC) = 80^0 \Rightarrow m(\angle A'BA) = 50^0 \Rightarrow \Delta A'AB$

   isoscel , deci , EC ≡A'B………………………………………………………………………………………………………..4p

   Fie EF || A'B, EF ≡ A'C…………………………………………………………………………………………..3p

   $\Delta FEC \equiv \Delta CA'B (L.U..L.) \Rightarrow \angle ECF \equiv \angle A'BC \Rightarrow m(\angle BCF) = 60^0 (1)$ ……………4p

   $\angle CEF \equiv \angle CA'B$ corespondente $\Rightarrow m(\angle CEF) = 80^0$ …………………………………………..3p

   De asemenea $\angle CEF \equiv \angle CEF \Rightarrow \Delta CEF$ isoscel,atunci FE ≡ FB ……………………..4p

   ΔFEB isoscel $\Rightarrow \angle FEB \equiv \angle FBE \Rightarrow m(\angle A'BE) = 60^0 + m(\angle CBE)$ ………………..4p

   $m(\angle CBE)$ =10^0……2p

2. $\dfrac{\overline{aca}}{\overline{acb}} < \dfrac{\overline{bca}}{\overline{bcb}} \Leftrightarrow \dfrac{10\overline{ac}+a}{10\overline{ac}+b} < \dfrac{10\overline{bc}+a}{10\overline{ac}+b}$ …………………………………………………………………… 5p

   $(10\overline{ac}+a)(10\overline{bc}+b) < (10\overline{ac}+b)(10\overline{bc}+a)$ ……………………………………………………………. 5p

   $\overline{ac}\cdot b + \overline{bc}\cdot a < \overline{ac}\cdot a + \overline{bc}\cdot b \Leftrightarrow (\overline{ac}-\overline{bc})(b-a) < 0$ ………………………………………… 4p

   10(b-a)(a-b) <0 adevarat………………………………………………………………………………………. 4p

   Finalizare………. 2p

CONCURSUL DE MATEMATICĂ " LOUIS FUNAR "

Soluții si barem de corectare
Clasa a-VIII-a
10 puncte din oficiu
Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	c	b	d	d	d	c	e	a

Subiectul II

1. Fie n=x^2+y^2+z^2+t^2 => $\frac{n}{2}=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}+\frac{t^2}{2}$ ………………………………………………………………….4p

$\frac{n}{2}=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}+\frac{t^2}{4}+\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{4}+\frac{t^2}{4}$ ……………………………………………………………………….4p

Adunam si scadem termenii pentru a forma patrate perfecte……………………………………………….4p

$\frac{n}{2}=\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{2}\right)^2+\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{2}\right)^2+\left(\frac{z}{2}+\frac{t}{2}\right)^2+\left(\frac{z}{2}-\frac{t}{2}\right)^2$ ………………………………………………………………….4p

$\frac{x\pm y}{2}\in Z, \frac{z\pm t}{2}\in Z$ ……………………………………………………………………………………………………….4p

2. Fie ABCD tetraedrul respective, iar AB muchia cea mai mare……………………………………………3p
   AB+ AC > si AB +AD >AC. Daca AC+AD >AB , problema este rezolvata……………………………3p
   Presupunem ca AC +AD ≤ AB (1)……………………………………………………………………………….3p
   AB < AC+ BC si AB< AD +BD => 2AB < AC + BC + AD + BD (2)……………………………………….….5p
   Din relatiile (1) si (2) avem AB < BC + BD (3)……………………………………………………………..5p
   Avem BD + BA > BC (4) si BC +BA> BD (5)…………………………………………………………………..3p
   Din realtiile (3), (4) si (5) se poate forma un triunghi cu [BC], [BA] si [BD]…………………………3p