Exerciţii de maxim / minim

1.Care este valoarea minimă a expresiei $E(x)=x^2-10x+28$?

Soluţie: Ştim că $x^2-10x+25=(x-5)^2$.

Înseamnă că expresia dată poate fi scrisă astfel: $E(x)=(x-5)^2+3$.

Deoarece $(x-5)^2$ nu poate fi negativ, indiferent de valorile lui x, înseamnă că expresia dată are valoarea minimă egală cu 3, adică indiferent de ce numere punem în locul lui x, vom avea $E(x)\geq 3$.

2. Aflaţi valoarea minimă a expresiilor:

a) $x^2-10x+31$ b) $y^2-6y+10$ c) a^2+4a+7 d) $x^2+12x+41$

e) n^2+2n+8 f) $9x^2-6x+4$ g) $25y^2-10y+2$ h) $16x^2+24x+14$

3. Care este valoarea maximă a expresiei $E(x)=-x^2+6x+2$?

Soluţie: Ştim că $x^2-6x+9=(x-3)^2$.

Înseamnă că expresia dată poate fi scrisă astfel: $E(x)=-(x^2-6x+9)+11=11-(x-3)^2$.

Deoarece $(x-3)^2$ nu poate fi negativ, indiferent de valorile lui x, înseamnă că expresia dată are valoarea maximă egală cu 11, adică indiferent de ce numere punem în locul lui x, vom avea $E(x)\leq 11$.

4. Aflaţi valoarea maximă a expresiilor:

a) $-x^2+10x+3$ b) $-y^2+8y+5$ c) $-a^2+14a+17$ d) $3+2x-x^2$

e) $-n^2-2n-7$ f) $-9x^2+6x-4$ g) $-36y^2+12y-11$ h) $-81x^2+18x+4$

5.Care este valoarea minimă a expresiei $E(x,y)=x^2+y^2+6x-8y+30$?

Soluţie: Ştim că $x^2+6x+9=(x+3)^2$ şi $y^2-8y+16=(y-4)^2$

Înseamnă că expresia dată poate fi scrisă astfel:

$E(x,y)=x^2+6x+9+y^2-8y+16+5=(x+3)^2+(y-4)^2+5$.

Deoarece $(x+3)^2$ şi $(y-4)^2$ nu pot fi negative, indiferent de valorile lui x şi y, înseamnă că expresia dată are valoarea minimă egală cu 5, adică indiferent de ce numere punem în locul lui x şi y, vom avea $E(x,y)\geq 5$.

6. Aflaţi valoarea minimă a expresiilor:

a) $E(x,y)=x^2+y^2-6x+8y+27$ b) $E(a,b)=a^2+b^2-4a+10b+73$

c) $E(x,y)=4x^2+25y^2-4x-10y+13$ d) $E(a,b)=9a^2+b^2+6a-14b+62$

e) $E(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-2x-6y+8z+84$ f) $E(a,b,c)=25a^2+b^2+4c^2+10a-10b+4c+100$

7. Aflaţi numerele $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $x^2+y^2-2x+6y+10=0$.

Soluţie: Ştim că $x^2-2x+1=(x-1)^2$ şi $y^2+6y+9=(y+3)^2$

Înseamnă că ecuaţia dată poate fi scrisă astfel:

$x^2+y^2-2x+6y+1+9=0\Rightarrow(x-1)^2+(y+3)^2=0$.

Deoarece $(x-1)^2$ şi $(y+3)^2$ nu pot fi negative, indiferent de valorile lui x şi y, înseamnă că egalitatea dată poate fi realizată doar dacă $(x-1)^2=0$ şi $(y+3)^2=0$, de unde se obţine x=1 şi y=–3.

8. Aflaţi numerele $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât:

a) $x^2+y^2+2x-6y+10=0$ b) $x^2+y^2+10x+8y+41=0$ c) $x^2+y^2-14x-8y+65=0$

d) $4x^2+y^2+4x-2y+2=0$ e) $9x^2+y^2+6x-6y+10=0$ f) $16x^2+25y^2-8x-10y+2=0$