

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A X-A
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



Clasa a IV-a
BAREM

SUBIECTUL I

Se acceptă determinări și demonstrații prin metoda figurativă, metoda falsei ipoteze și prin folosiri de inegalități.

$$a = 2b+1, b > 1, b = 2c+1, c > 1, c = 2d+1, d > 1 \quad (6p)$$

Din relațiile de mai sus obținem: $b = 4d + 3$, $a = 8d + 7$ iar de aici $d + (2d + 1) + (4d + 3) + (8d + 7) = 2021$, (4p) ceea ce este echivalent cu $15d + 11 = 2021$, de unde $15d = 2010$ și $d = 134$, $c = 269$, $b = 539$ și $a = 1079$. (3p) Din oficiu 2p.

SUBIECTUL II

Rezolvarea I

Notăm cu C, L, G numărul de portocale pe care le au Cătălin, Lucian, respectiv, Gabriel.

Vom avea relațiile:

$$C + L + G = 29$$

$$L = 3 \cdot C$$

$$C < G < L. \quad (3p)$$

Ținând cont de cele trei relații obținem că $9C > 29$ și $5C < 29$, (4p) de unde obținem că $C = 4$ sau $C = 5$.

$C = 4$ implică $L = 12$ și $G = 5$, fals. (2p)

Dacă $C = 5$ atunci $L = 15$ și $G = 9$, deci Cătălin are 5 portocale, Lucian are 15 portocale și Gabriel are 9 portocale. (4p) Din oficiu 2p.

Rezolvarea a II-a

Încercări cu valorile lui C. (3p)

$$C + L + G > C + 3C + G \text{ implică } 4C + G < 29. \text{ Așadar } C \leq 7. \quad (1p)$$

I. $C = 1$ implică $L = 3$ și $G = 25$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

II. $C = 2$ implică $L = 6$ și $G = 21$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

III. $C = 3$ implică $L = 9$ și $G = 17$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

IV. $C = 4$ implică $L = 12$ și $G = 13$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

V. $C = 5$ implică $L = 15$ și $G = 9$, soluție. (1p)

VI. $C = 6$ implică $L = 18$ și $G = 5$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

VII. $C = 7$ implică $L = 21$ și $G = 1$, nu convine deoarece $C < G < L$. (1p)

Pentru $C \geq 8$, problema nu mai admite soluții. (1p)

Prin urmare $C = 5$, $L = 15$, $G = 9$. (1p) Din oficiu 2p.

SUBIECTUL III

a) Suma numerelor de pe cele trei laturi este:

$$(1+b+a+2)+(2+f+e+3)+(3+d+c+1)=1+2+3+(1+2+3+a+b+c+d+e+f)=1+2+3+(1+2+3+4+5+6+7+8+9)=51. \text{ Suma numerelor de pe o latură va fi } 51:3=17. \quad (5p)$$

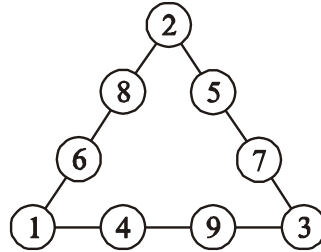
b) $1+a+b+2=2+e+f+3=3+d+c+1=17$, de unde $a+b=14$, $e+f=12$, $c+d=13$.

Avem situațiile:

I. $\{a, b\}=\{5, 9\}$; $\{c, d\}=\{6, 7\}$ și $\{e, f\}=\{4, 8\}$;

II. $\{a, b\}=\{6, 8\}$; $\{c, d\}=\{4, 9\}$ și $\{e, f\}=\{5, 7\}$.

Un exemplu de distribuție este:



(4p)

c) I. $\{a, b\}=\{5, 9\}$; $\{c, d\}=\{6, 7\}$ și $\{e, f\}=\{4, 8\}$.

Pe 6 îl putem pune pe 2 poziții.

Pe 8 îl putem pune pe 1 loc.

Pe 4 îl putem pune pe 2 locuri.

Pe 9 îl putem pune pe 1 loc.

Pe 5 îl putem pune pe 2 locuri.

Pe 7 îl putem pune pe 1 loc.

În total avem $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ posibilități.

În cazul II: $\{a, b\}=\{6, 8\}$; $\{c, d\}=\{4, 9\}$ și $\{e, f\}=\{5, 7\}$ avem tot 8 situații.

În total avem $8+8=16$ astfel de distribuții ale numerelor 4, 5, 6, 7, 8, 9. (4p)

Din oficiu 2p.

Notă. La punctele b) și c) prezentarea unei soluții grafice, fără a argumenta, se punctează cu 2p.