

**Olimpiada Națională de Matematică, clasele V-VI**  
**Rm. Vâlcea, 24 mai 2008**

**Clasa a V-a**

**Problema 1**

Determinați toate numerele de cinci cifre scrise în baza zece cu proprietatea că fiecare cifră, începând cu cifra zecilor, este strict mai mare decât suma cifrelor scrise în dreapta sa.

**Problema 2**

Doi prieteni joacă biliard cu 9 bile numerotate de la 1 la 9. Jocul decurge astfel încât la un moment dat fiecare dintre ei a introdus în buzunarele mesei câte 3 bile, iar 3 bile au rămas pe masa de biliard. Unul dintre ei observă că cele 3 cifre scrise pe bilele introduse de el pot forma un număr de 8 ori mai mare decât unul din numerele formate cu cele 3 cifre scrise pe bilele introduse de adversarul său. Determinați suma numerelor scrise pe bilele rămase pe masă.

**Problema 3**

Zece elevi primesc fiecare câte un cartonaș pe care este scrisă una din cifrele de la 0 la 9. Oricare doi elevi au cartonașe pe care sunt scrise cifre diferite. Determinați cel mai mare număr natural  $n$  care are proprietatea că cei zece elevi se pot așeza la o masă rotundă astfel încât pentru orice elev suma dintre numerele scrise pe cartonașul lui și cartonașele vecinilor săi să fie cel puțin egală cu  $n$ .

**Problema 4**

O mulțime de numere naturale nenule  $S$  cu 4 elemente se numește „completă” dacă orice element al ei este egal cu suma sau diferența a altor două elemente distincte ale mulțimii  $S$ .

a) Arătați că orice multiplu de 13 se poate scrie ca suma elementelor unei mulțimi *complete*.

b) Determinați numărul submulțimilor *complete* ale mulțimii  $\{1; 2; 3; \dots; 49; 50\}$ .

**Notă.** *Toate subiectele sunt obligatorii.*  
*Pentru fiecare problemă se acordă maximum 7 puncte.*  
*Nu se acordă nici un punct din oficiu.*  
*Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de 0 la 28 de puncte.*  
*Timp de lucru 2 ore.*