

MICIL MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010

Clasa a IV a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Arătați că $\{[5:(2 \cdot 3 - 1) + 14]:15 + 3:[1 + 2 \cdot (45 : 15 - 2)]\} : 2 + 2008 = 2009$.

Alegeți una dintre cifrele care intră în alcătuirea numerelor din exercițiu și eliminați-o, astfel încât egalitatea să rămână adevărată. Verificați noua egalitate.

2. Numerele de patru cifre distincte a și b au suma cifrelor fiecăruia egală cu 11. Știind că a este cel mai mic număr având exact trei cifre pare, iar b este cel mai mic număr având exact trei cifre impare, să se arate că numărul $a + b - 2009$ are suma cifrelor egală cu 11.

Subiectul II (20 puncte) :

Citiți cu atenție enunțurile următoarelor probleme pentru a le putea rezolva corect!

1. Diferența a două numere este 2009. Aflați numerele, știind că unul este rezultatul scăderii lui 2010 din suma lor.
2. Diferența a două numere este 2009. Aflați numerele, știind că unul este rezultatul scăderii lui 2010 din suma lor.

Subiectul III (20 puncte) :

1. Profesorul Arimel a inventat o nouă operație notată cu semnul „\$” și care operează astfel: $a\$b$ este suma dintre produsul cifrelor nenule ale numărului a și suma cifrelor numărului b . Calculași cu noua regulă: $2009 \$ 2008$ și $(29 \$ 28) \$ 27$.
2. În timp ce Rareș mănâncă 2 piersici, Mateea mănâncă 3, iar Teodor 10. Câte piersici revin fiecăruia dacă împreună au 60 piersici ?

MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010

Clasa a V a

Subiectul I (20 puncte) :

- a) Arătați că $3^3 \cdot 2^{2005} + 3^2 \cdot 2^{2006} + 3 \cdot 2^{2007} + 2^{2008} = 3^4 \cdot 2^{2006} - 2^{2009}$
- b) Să se arate că suma a patru numere naturale consecutive nedivizibile cu 5 este divizibilă cu 5.

Subiectul II (20 puncte) :

- a) Fie egalitatea:

$$\overline{xy} + \overline{cy} + \overline{xc} + \overline{yx} + x = 284$$

Știind că y și c sunt consecutive, demonstrați că numerele $x^2 + c^2$ și y^2 sunt consecutive.

- b) Aida este născută în luna februarie, ziua \overline{ax} , anul $abcd$. Se știe că \overline{ax} este număr prim, $a+x=4$ și $abcd$ împărțit la \overline{ax} dă câtul $a52$ și restul 2. Determinați ziua și anul nașterii Aidei.

Subiectul III (20 puncte) :

Se consideră numerele naturale $m = 2009^2 + 2009$ și $n =$ suma tuturor numerelor de forma $\overline{200c^{10}}$, unde c este o cifră din sistemul de numerație zecimal.

- a) să se demonstreze că numerele m și n se divid cu 5;
- b) să se determine cel mai mare număr natural k astfel încât numărul m să se dividă cu 7^k ;
- c) să se determine câtul și restul împărțirii numărului m la numărul 2747.

MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010

Clasa a VI a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Determinați numerele naturale mai mici decât 1000 care împărțite pe rând la 18, 24, 42 și 56 dau de fiecare dată restul 7.
2. Determinați abc știind că $a + b$; $b + c$; $c + a$ sunt direct proporționale cu numerele $2a - b$; $3b - c$; $2c - a$ și că $a^b + b^a + c^b = 81$.

Subiectul II (20 puncte) :

1. Să se arate că dacă $\frac{1}{x} + \frac{1}{0.(x)} + \frac{1}{0.0(x)} \in \mathbb{N}$ atunci $2x - 5$ este divizor natural al lui 2010.
2. Trei elevi trebuiau să-și plătească o excursie cu sume direct proporționale cu numerele 3, 4, 5. Dacă taxa fixată fiecăruia se majorează cu 10%, 15%, respectiv 20% atunci ei ar plăti fiecare cu 120 lei mai puțin decât dacă taxele se majorează cu 20%, 25%, respectiv 30%. Ce sumă trebuia să plătească fiecare elev?

Subiectul III (20 puncte) :

1. În jurul punctului O se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle EOA$ astfel încât măsurile lor sunt direct proporționale cu cinci numere naturale consecutive. Știind că $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle BOE)} = \frac{1}{3}$, demonstrați că punctele A , O și D sunt coliniare.
2. Se dă triunghiul isoscel ABC , $[AB] = [AC]$. Se iau punctele $D \in (AB)$ și $E \in (AC)$ astfel încât D este mijlocul lui AB și $AE = EC$. Să se demonstreze că $[BE] = [CD]$

MICUL MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010
Clasa a VII a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Calculați: $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$.
2. Determinați numărul natural $n > 1$ pentru care egalitatea de mai jos este adevărată:
$$24(3^{n-1} - 1) - 6(5 - 6^{n-1}) = 594 + 81 \cdot 2^n.$$

Subiectul II (20 puncte) :

1. Fie numerele naturale nenule x și y , $a = \frac{3x+y}{4y+3}$, $b = \frac{4y+1}{9}$, $c = \frac{11}{3x+y}$.

□tiind că $a = b = c$, arătați că $x > y$.

2. Fie x și y numere reale pozitive care verifică relațiile: $x + y = 3$ și

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^4 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^4 = 24.$$

Aflați media geometrică a numerelor x și y .

Subiectul III (20 puncte) :

1. Un romb are diagonalele de 18cm și respectiv 24cm. Calculați perimetrul și aria rombului.
2. Fie paralelogramul $ABCD$, în care $AD \perp DB$. Fie E și N pe dreapta BC astfel încât
 $B \in (CE)$, $E \in (BN)$, $[CB] = [BE] = [EN]$.
 - a) Demonstrați că $\triangle ABN$ este isoscel;
 - b) Dacă M este simetricul lui B față de D arătați că punctele N, A, M sunt coliniare.

MICII MATEMATICIENI 20 MARTIE 2010
Clasa a VIII a

Subiectul I (20 puncte) :

1. Fie x, y numere reale cu $y \neq -1$. Arătați că:

a) dacă $x^2 - y^2 = 2(x + y)$, atunci $\frac{x-1}{y+1} \in \{-1, +1\}$

b) dacă $\frac{x-1}{y+1} \in \{-1, +1\}$, atunci $x^2 - y^2 = 2(x + y)$

2. Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este 480dm, iar diagonala paralelipipedului este $5\sqrt{2}$ m. Să se afle aria totală a paralelipipedului în m^2 .

Subiectul II (20 puncte) :

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ cu proprietatea $f(x) = 3(x+2) \cdot f(2) - 11$, oricare ar fi x număr real.

a) Determinați funcția f .

b) Calculați perimetrul și aria triunghiului determinat de axele de coordonate și graficul funcției f

c) Aflați distanța de la originea axelor la graficul funcției.

2. Determinați $n \in \mathbb{Z}$ pentru care \sqrt{A} să fie cel mai mare număr natural, pătrat perfect mai

mic ca 2010, unde $A = \left[\left(\frac{2n-1}{4} - \frac{n+1}{3} + \frac{n^2+8}{12} \right) : \frac{n+1}{6} + \frac{n^2+n}{2} \right] \cdot 2$

Subiectul III (20 puncte) :

1. Fie triunghiul ABC , dreptunghic în A cu $AB = AC = m$. Se consideră un punct D exterior planului (ABC) astfel încât tetraedrul $ABCD$ să aibă toate fețele triunghiuri dreptunghice și exact trei (din cele șase) muchii de lungime m . Să se determine valoarea lui m știind că valoarea numerică a ariei totale a tetraedrului este egală cu cea a volumului.