

# Si 2012 pune probleme !

<http://sorinborodi.ro>

Scrieți 2012 ca sumă de opt numere naturale consecutive.

Câți divizori întregi are 2012 ?

Care este cel mai mic număr natural nenul cu care trebuie înmulțit 2012 pentru a se obține un pătrat perfect?

Aflați numerele  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $\frac{2012}{2012-n} \in \mathbb{N}$ .

Stabiliți dacă 2012 este termen al șirului 4, 7, 10, 13, 16.....

Câte fracții supraunitare au numărătorul 2012 ?

Care este cel mai mare număr natural de forma  $\overline{a2012b}$  divizibil cu 20 și cu 12 simultan?

Arătați că nu există  $x, y \in \mathbb{N}$  pentru care  $2012 + 7^x = 5^y$ .

Comparați numerele  $2^{2012}$  și  $2012^{182}$ .

Calculați suma cifrelor numărului  $(10^{2012} - 1) \cdot 4$ .

Arătați că numărul  $n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$  nu este multiplu al lui 2012

Arătați că nicio putere a lui 2012 nu poate avea exact 2012 divizori naturali.

Scrieți numărul  $5^{2012}$  ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.

Aflați restul împărțirii numărului  $n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$  la 31.

# 2012

Aflați cifrele  $a$  pentru care numărul  $n = \underbrace{111\dots1}_{2012 \text{ cifre}} a$  este divizibil cu 7

Aflați cel mai mic număr natural de forma  $\sqrt{2012}\sqrt{2012+n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Numerele naturale 1, 2, 3, ..., 2012 sunt scrise pe cartonașe, cu fața scrisă în jos. Care este cel mai mic număr de cartonașe pe care trebuie să le întoarcem pentru a fi siguri că cel puțin unul are scris pe el un număr divizibil simultan cu 20 și cu 12?

Se consideră numărul  $n = 2^{2012} + 2^{2012}$ .  
a) Aflați câtul împărțirii lui  $n$  la 64  
b) Aflați un șir de numere  $a, b, c \in \mathbb{N}$  astfel încât  $a^2 + b^4 = c^3$  și fiecare din numerele  $a, b, c$  să aibă cel puțin 143 cifre.

Arătați că  $2012 \mid a$  pentru oricare  $n \in \mathbb{N}$ , unde  $a = 8^{2n+1} \cdot 9^{2+3n} + 4^{3n+2} \cdot 3 \cdot 27^{1+2n} + 17 \cdot 2^{6n+2} \cdot 3^{6n}$

Aflați numerele  $x, y \in \mathbb{Q}$  astfel

încât  $\frac{x - y\sqrt{2012}}{y + \sqrt{2012}} = 2012$ .

Se consideră numărul  $n = 20122012\dots2012$ , în care secvența „2012” se repetă de 2011 ori. Arătați că oricum am schimba ordinea cifrelor lui  $n$ , numărul astfel obținut nu este pătrat perfect.

Fie mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{N} / (2012 + x^2) \in M_7\}$ . Demonstrați că dacă  $a, b, c \in A$ , atunci  $(a-b)(b-c)(c-a) \in M_7$ .