



**OLIMPIADA DE MATEMATICA ,ETAPA JUDETEANA  
24 APRILIE 2010  
CLASA a VI BAREM DE NOTARE**

**Subiectul I**

- a) Dacă  $x = 0 \Rightarrow \frac{y}{y+z} = 0 \Rightarrow y = 0$  ,fals.....2p
- Analog pentru oricare numar.....1p
- b)  $S = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$  ,  $T = \frac{y}{x+y} + \frac{z}{y+z} + \frac{x}{z+x}$  .....1p
- $S+T=3$  si cum  $S=1$  rezulta  $T=2$ .....3p

**Subiectul II**

- a)  $\frac{k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)}$  .....2p
- $S = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2010} < 1$  .....1p
- b)  $\frac{2^k \cdot k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+2)} = \frac{2^k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)} - \frac{2^{k+1}}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+2)}$  .....3p
- $T = 1 - \frac{2^{2011}}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2012} < 1$  .....1p

**Subiectul III**

- $n = 13a + 3 = 13a + 29 - 26 = 13(a - 2) + 29$  ;  $n = 17b + 12 = 17b + 29 - 17 = 17(b - 1) + 29$  .....2p
- $n - 29 = M_{13}$  ,  $n - 29 = M_{17} \Rightarrow n - 29 = M_{221} \Rightarrow n = 221k + 29$  ,  $k \in \mathbb{N}$  .....2p
- Din ipoteza rezulta  $1000 \leq 221k + 29 \leq 9999 \Rightarrow \frac{971}{221} \leq k \leq \frac{9970}{221}$  ,  $k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \in \{5, 6, \dots, 45\}$  .....2p
- $S = 221(5+6+\dots+45) + 29 \times 41$  si finalizare.....1p

**Subiectul IV**

- Consideram punctul F intre C si E astfel incat  $FE=BC$  .  $\triangle BDC \cong \triangle DFE$  (LUL) .....3p
- Rezulta  $DF=DC$  ,deci triunghiul CDF este isoscel cu un unghi de  $60^\circ$  ,deci triunghiul CDF este echilateral.....2p
- $AD=CE$  ,deci  $AC+CD=CF+FE$  ,deci  $AC+FE$  ,deci  $AC+BC$  ,adica triunghiul ABC este isoscel cu un unghi de  $60^\circ$  ,deci este echilateral..... 2p