

# Satu Mare

## Olimpiada de matematica – faza judeteana Clasa a-V-a 13 03.2010

I.1) Fie numărul  $x_n = 2n + 5, n \in \mathbb{N}$

(1.p) a) Arătați că oricare ar fi numărul natural  $n$ , restul împărțirii lui  $x_n$  la 2 este egal cu 1;

(1.p) b) Pentru ce valori ale lui  $n$  avem  $x_n = 2009$ ?

(2.p) c) Determinați pentru câte valori ale lui  $n$  este adevărată inegalitatea  $x_n \leq 2009$ .

Propusă de Culic Camelia, Satu Mare

(3.p) 2) Simplificați fracția  $\frac{3a3a3a3a}{7a7a7a7a}$  și determinați cifra  $a$  astfel încât fracția obținută să fie ireductibilă.

Propusă de Ionela Pop, Școala Lipău

II. (1.p) a) Calculați  $44^2 + 7^2 + 5^2$

(6.p) b) Arătați că  $2010^n$  se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte nenule distincte, pentru orice număr natural nenul  $n$ .

Propus de Alexandru Blaga, CN M. Eminescu

III. Fie mulțimile  $X = \{(7n-11) \in \mathbb{N} \mid n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, 7n-11 \text{ se divide cu } 19\}$ ;

$$Y = \{(11n-13) \in \mathbb{N} \mid n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, 11n-13 \text{ se divide cu } 19\}.$$

$$Z = \{(9n-15) \in \mathbb{N} \mid n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, 9n-15 \text{ se divide cu } 19\}$$

a) (2.p) Determinați cel mai mic element al mulțimilor  $X, Y$  și  $Z$ .

b) (2.p) Arătați că mulțimile  $X, Y$  și  $Z$  au cel puțin un element comun.

c) (3.p) Găsiți mulțimea  $T = \{a+b \mid a, b \in \mathbb{N}^*, a+b \text{ se divide cu } 19\}$  care să aibă cel puțin un element comun cu  $Y, Z$  și cel puțin 2 elemente comune cu  $X$ ,  $a, b$  nu sunt divizibile cu 19,  $a \neq 7, b \neq 11$ .

Propusă de Rusu Marius, Carei

IV . Se consideră tabelul următor, format din liniile:

**Linia 1**

1

**Linia 2**

3 5 7

**Linia 3**

9 11 13 15 17,

și așa mai departe.

a) (4.p) Scrieți elementele liniei cu numărul 10

b) (3.p) Determinați numărul elementelor liniei 2010 și aflați restul împărțirii celui mai mic element al liniei cu numărul 2010 la 2009

propusă de Baci Nicolae, ISJ Satu Mare

Notă : Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii