Barem de corectare clasa a VI-a

Solutii

I.

a) Fie x prețul inițial $\Rightarrow \left(\frac{125}{100}\cdot x\right)\cdot\frac{125}{100}\cdot\frac{100-y}{100}=x \Rightarrow y=36\%$

b) $\frac{125}{100}\cdot x\cdot\frac{100+p}{100}\cdot\frac{100-q}{100}=x \Rightarrow (100+p)(100-q)=2^6\cdot 5^3=8000$

Numărul 8000 are (6 + 1)(3 + 10) = 28 divizori ; 100 + p > 100, deci 100 + p este un divizor al lui 8000 mai mare decât 100.

$\Rightarrow (100+p)\in\{160, 320, 200, 400, 800, 1600, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000, 8000\}$

$\Rightarrow p\in\{60, 220, 100, 300, 700, 1500, 25, 150, 400, 900, 1900, 3900, 7900\}$

$q=100-\frac{8000}{100+p}\Rightarrow$

$(p,q)\in\{(60;50);(220,75);(100,60);(300,80);(700,90);(1500,95);(25,36);(150,68);(400,84);$
$(900,92);(1900,96);(3900,98);(7900,99)\}$

II.

a) Fiecare element din triplet poate lua 6 valori, deci sunt 6^3 triplete.

b) Cu elementele unui triplet se poate forma un triunghi dacă suma oricăror două elemente este mai mare decât al treilea. Avem :

i) 6 triplete cu elemente egale care formează triunghiuri echilaterale

ii) triplete cu elemente egale:

(1, 2 ,2) ; (2, 2, 3) – 2 triplete

(3, 3, 1) ; (3, 3, 2) ; (3, 3, 4) ; (3, 3, 5) – 4 triplete

(4, 4, 1) ; (4, 4, 2) ; (4, 4, 3) ; (4, 4, 5) ; (4, 4, 6) – 5 triplete

(5, 5, 1) ; (5, 5, 2) ; …; (5, 5, 6) – 5 triplete

(6, 6, 1) ; (6, 6, 2) ; … ;(6, 6, 5) – 5 triplete

Se obțin 21 triplete

iii) triplete cu elemente distincte: pentru a nu fi numărate de două ori, le ordonăm crescător:

- cu 1 nu există
- cu 2: (2, 3, 4) ; (2, 4, 5) ; (2, 5, 6)
- cu 3: (3, 4, 5) ; (3, 4, 6) ; (3, 5, 6)
- cu4: (4, 5, 6)
- cu 5 nu există
- cu 6 nu există

Se mai obțin 7 triplete

În total sunt 6 + 21 + 7 = 34.

III.

$\frac{AB}{2}=\frac{AC}{4}=k\Rightarrow AB=2k\,;AC=4k$

Fie L mijlocul segmentului [AC]. Triunghiul ABL este isoscel cu un unghi de 60°, deci este echilateral.

În triunghiul BLC , BL = LC = 2k, deci $m(\prec C)=m(\prec B)-60^\circ$, pentru că $m(\prec ABL)=60^\circ$.

Dar $m(\prec A)+m(\prec B)+m(\prec C)=60^\circ+m(\prec C)+60^\circ+m(\prec C)=180^\circ$.

Rezultă $m(\prec C)=30^\circ\Rightarrow m(\prec B)=90^\circ$.

IV.

a) $\left.\begin{array}{l} m(\prec MBA)+m(\prec ABC)=90^\circ \\ m(\prec NBC)+m(\prec ABC)=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow m(\prec MBA)=m(\prec NBC)$

În triunghiul ABD, (BF este bisectoare și înălțime, deci triunghiul ABD este isoscel cu AB=BD și $m(\prec BAD)=m(\prec BDA)$

$\left.\begin{array}{l} m(\prec MAB)+m(\prec BAC)=90^\circ \\ m(\prec NDB)+m(\prec BDA)=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow m(\prec MAB)=m(\prec NDB)\ \Rightarrow \Delta MAB\equiv\Delta NDB\ \ (LUL)\Rightarrow MA=ND$

b) $\Delta MAD\equiv\Delta NDA\ \ (CC)\Rightarrow MD=AN$