

Probă scrisă la matematică

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $4^2 \cdot 0,25 - 28 : 7$ este egal cu
- 5p 2. Știind că x este număr real, soluția ecuației $\frac{1}{4} \cdot (x+1) = \frac{1}{2}$ este numărul egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr întreg negativ din intervalul $[-3; 2]$ este egal cu
- 5p 4. Bisectoarea unui unghi drept formează cu o latură a acestuia un unghi cu măsura de ... °
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului determinat de dreptele AE și CG este egală cu ... °.

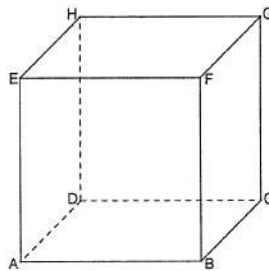
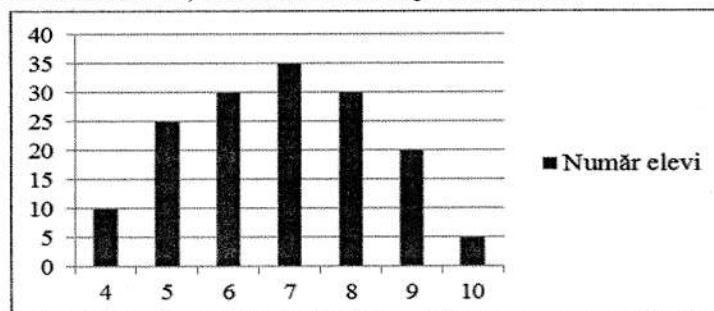


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos este prezentată repartiția elevilor claselor a VIII-a dintr-o școală, în funcție de notele obținute la testul de evaluare inițială la matematică pe semestrul I.



Numărul elevilor care au obținut cea mai mare notă la acest test este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCDEFGH$, cu una dintre baze pătratul $EFGH$.
- 5p 2. Determinați numărul elevilor care se află într-o sală de clasă știind că dacă se așează câte doi elevi într-o bancă rămân trei elevi fără loc, iar dacă se așează câte trei elevi într-o bancă, rămân trei bănci neocupate.
- 5p 3. Andrei citește într-o zi 0,(3) din numărul total de pagini ale unei cărți. A doua zi el citește 0,6 din numărul de pagini rămase, iar a treia zi ultimele 84 de pagini. Determinați numărul total de pagini al acestei cărți.

4. Se consideră numerele reale a și b , astfel încât $a = 2 - \sqrt{3}$ și $b = 2 + \sqrt{3}$.

5p a) Arătați că $\sqrt{a+b}$ este număr natural și că $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{a + \frac{1}{a}}$.

5p b) Demonstrați că $\sqrt{b} - \sqrt{a} = \sqrt{2}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$, unde x este număr real. Demonstrați că există numerele întregi a, b, c, d și e astfel încât $E(x) = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)$ și $a+b+c+d+e=0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat pătratul $ABCD$ cu centrul O și $AB = 6$ cm. Triunghiul EDO este echilateral, iar E și O sunt situate de o parte și de cealaltă a dreptei CD . Intersecția dreptelor CD și EO este punctul F .

5p a) Arătați că perimetrul triunghiului EDO este egal cu $9\sqrt{2}$ cm.

5p b) Demonstrați că $\triangle DEB$ este dreptunghic.

5p c) Demonstrați că segmentele CE și CF sunt congruente.

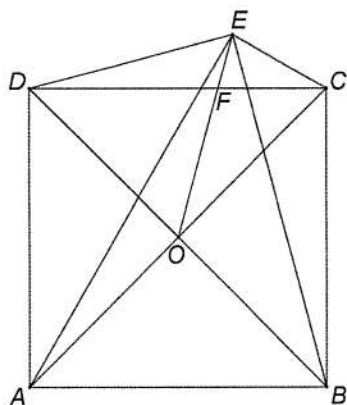


Figura 2

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu toate muchiile egale cu 4 cm. Centrul bazei piramidei este O , iar mijloacele muchiei BC și a înălțimii VO sunt M , respectiv N .

5p a) Calculați suma lungimilor tuturor muchiilor laterale ale piramidei $VABCD$.

5p b) Demonstrați că dreapta MN este perpendiculară pe dreapta AD .

c) Demonstrați că punctul O este egal depărtat de dreptele suport ale tuturor muchiilor piramidei $VABCD$.

5p

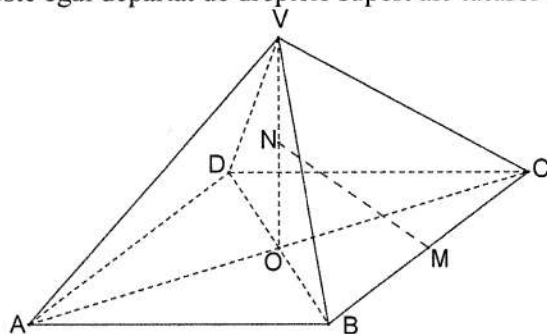


Figura 3

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

- ♦ Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ♦ Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	0	5p
2.	1	5p
3.	-1	5p
4.	45	5p
5.	0	5p
6.	5	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează prisma Notează prisma	4p 1p
2.	Se notează cu b numărul băncilor din sala de clasă. Numărul elevilor clasei este egal cu $2 \cdot b + 3$, dacă se așează câte 2 elevi într-o bancă, și este egal cu $3 \cdot (b - 3)$, dacă se așează câte 3 elevi într-o bancă. $2b + 3 = 3(b - 3) \Leftrightarrow b = 12$. Numărul elevilor din sala de clasă este egal cu 27.	2p 3p
3.	Se notează cu x numărul de pagini al cărții citite de elev. În prima zi elevul citește $0,3$ din x , adică $\frac{x}{3}$ pagini. În cea de-a doua zi elevul citește $0,6$ din $\left(x - \frac{x}{3}\right)$, adică $\frac{2x}{5}$ pagini. În cea de-a treia zi elevul citește $x - \left(\frac{x}{3} + \frac{2x}{5}\right) = \frac{4x}{15}$ pagini $\frac{4x}{15} = 84 \Rightarrow x = 315$ pagini	2p 1p 1p 1p
4.	a) $\sqrt{a+b} = 2 \in \mathbb{N}$ $ab = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b}$ și $b = \frac{1}{a}$ $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{a + \frac{1}{a}}$ b) $b > a > 0 \Rightarrow \sqrt{b} > \sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{b} - \sqrt{a} > 0$ $\sqrt{b} - \sqrt{a} = \sqrt{2} \Leftrightarrow b + a - 2\sqrt{ba} = 2 \Leftrightarrow 4 - 2 \cdot 1 = 2$, adevărat	1p 2p 2p 2p 3p
5.	$E(x) = x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$, rezultă $\{a, b, c, d, e\} = \{0, -1, +1, -2, +2\}$ $a + b + c + d + e = 0 - 1 + 1 - 2 + 2 = 0$	4p 1p

1.	a) $ABCD$ pătrat $\Rightarrow DO = \frac{BD}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ cm	3p
	Triunghiul EDO echilateral $\Rightarrow P_{EDO} = 3 \cdot DO = 9\sqrt{2}$ cm	2p
	b) $EO = DO = \frac{BD}{2}$	2p
	$\triangle BED$ dreptunghic, cu vârful unghiului drept în E	3p
c)	$m(\sphericalangle EOC) = m(\sphericalangle COD) - m(\sphericalangle EOD) = 30^\circ$	1p
	Triunghiul EOC isoscel și $m(\sphericalangle EOC) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle OEC) = m(\sphericalangle OCE) = 75^\circ$	2p
	$m(\sphericalangle DCE) = m(\sphericalangle OCE) - m(\sphericalangle OCD) = 30^\circ$	1p
	$m(\sphericalangle CFE) = 180^\circ - (75^\circ + 30^\circ) = 75^\circ \Rightarrow \triangle CEF$ isoscel $\Rightarrow CE = CF$	1p
2.	a) Piramida $VABCD$ are exact 4 muchii laterale	3p
	$4 \cdot 4 = 16$ cm	2p
	b)	
	$BC \perp (VOM),$	3p
	$MN \subset (VOM) \Rightarrow BC \perp MN$	1p
	Cum $BC \parallel AD \Rightarrow MN \perp AD$	1p
c)	Distanțele de la punctul O la muchiile bazei sunt apotemele pătratului $ABCD$, egale cu 2cm.	1p
	$\triangle VAC = \triangle BAC$ (LLL) $\Rightarrow \triangle OBV$ este dreptunghic și isoscel; distanța de la O la muchia VB este egală cu lungimea medianei corespunzătoare muchiei laterale VB , deci egală cu 2cm.	2p
	Similar, distanțele la toate celelalte muchii laterale sunt egale cu 2 cm.	2p