MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 "B. P. HASDEU" IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

ETAPA INTERJUDEŢEANĂ, 26 APRILIE 2014

Clasa a IV-a

I. a) La adunarea a trei numere, Victor face din neatenție câteva greşeli: la primul număr în loc de cifra 0 de la ordinul sutelor pune 7, la al doilea număr în loc de cifra 8 de la ordinul unităților pune 0, iar la al treilea număr, la ordinul miilor în loc de cifra 9, pune 2. Făcând suma noilor numere obține, de data aceasta, corect, numărul 34567. Puteți spune care este suma numerelor inițiale? Justificați!

b) Doi buni prieteni, Artur și Victoraș, se întâlnesc iar Artur constată că, dacă adună o treime din timpul care a trecut din ziua respectivă cu două cincimi din timpul care a mai rămas până la sfârșitul ei se obține ora la care s-au întâlnit. Îl puteți ajuta și pe Victoraș să afle care a fost ora la care s-au întâlnit?

II. Determinați câte numere de șase cifre conțin în scrierea lor secvența **102** (un exemplu de astfel de număr este 4**102**63).

III. Pe ecranul unui calculator, într-un tabel, sunt scrise inițial numerele 2,0,1,4, iar la fiecare pas se mărește cu 5 cel mai mic număr scris la pasul anterior, ca în modelul următor:

Numerele initiale	**2**	**0**	**1**	**4**
pasul 1	2	**5**	1	4
pasul 2	2	5	**6**	4
pasul 3	**7**	5	6	4
pasul 4	7	5	6	**9**
……………				
pasul n				

a) Determinați **n** știind că la pasul **n** apar pe ecranul calculatorului numere care au suma egală cu 207.
b) După câți pași apare prima dată în tabel numărul 2014?

Notă: *Timp de lucru – 90 min*
Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 şi 15
La rezolvarea subiectelor trebuie scrise şi operaţiile, nu doar răspunsurile.

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 "B. P. HAŞDEU" IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIŢIA A XIV-A, 26 APRILIE 2014

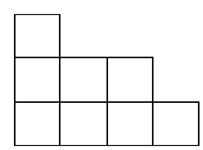
Clasa a V-a

Problema 1.

Două comisii, A şi B, lucrează la un proiect. Prima comisie are 13 membri, iar cea de-a doua are 6 membri. Fiecare dintre cele 19 persoane primeşte câte 60 de lei pe zi în primele 30 de zile lucrate şi câte 90 de lei pe zi începând cu cea de-a 31-a zi în care lucrează. Comisia A lucrează x zile, iar comisia B lucrează $2x$ zile. Suma totală de bani necesară pentru a plăti comisia A este egală cu suma totală necesară pentru a plăti comisia B.
Determinaţi valorile posibile ale lui x.

Problema 2.

Toate cele 8 pătrate mici din desenul alăturat au latura de 1 cm.



a) Număraţi câte dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm pot fi identificate în figură. (Pătratele sunt şi ele dreptunghiuri!)

b) Determinaţi care este numărul minim de segmente cu lungimea de 1 cm care trebuie şterse din desen, astfel încât figura să nu mai conţină niciun pătrat cu latura de 1 cm.

Problema 3.

Într-o clasă sunt 7 elevi care colecţionează cărţi rare. Nu există doi elevi care să aibă o aceeaşi carte şi nici doi elevi care să aibă acelaşi număr de cărţi.
Profesorul de matematică determină, pentru fiecare pereche de copii, care este numărul maxim de posibilităţi în care aceştia pot schimba între ei câte o carte şi notează numerele astfel determinate într-un tabel. De exemplu, dacă Andrei ar avea 20 cărţi şi Sabina ar avea 17 de cărţi, va trece în tabel numărul 340. Profesorul observă că tabelul conţine numere diferite două câte două.

a) Stabiliţi câte numere se află în tabel.

b) Determinaţi numărul de cărţi din colecţia fiecărui elev, ştiind că media aritmetică a celor 7 numere este 17, cel mai mic număr din tabel este 143, iar cel mai mare număr din tabel este 420.

Notă: *Timp de lucru – 2 ore.*
Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 şi 15.

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

EDIŢIA A XIV-A, 26 APRILIE 2014

CLASA a VI-a

1. Un profesor de matematică tocmai explica unui elev al său că, într-o problemă cu date de naștere, o notație de forma 17.12.78 poate avea semnificația ”17 decembrie 1978”. Curios ca toți copiii, elevul profită de situație și îl întrebă pe profesor care este ziua lui de naștere și ce vârstă are. Zâmbind, profesorul îi răspunse: ”Acum suntem în ianuarie 2014 și acest număr ascunde informațiile la tot ce m-ai întrebat!”. Folosind acest răspuns, aflați:

a) Care este ziua de naștere a profesorului;
b) Care este vârsta profesorului (exprimată doar în ani) la data când a avut loc discuția.

2. Se consideră o foaie de hârtie de formă pătrată, care se taie în exact 2014 pătrate mai mici. Vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”boss” dacă nici un alt pătrat nu este mai mare ca el. La fel, vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”baby” dacă nici un alt pătrat nu este mai mic ca el. Arătați că:

a) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact trei pătrate ”boss”.
b) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact patru pătrate ”baby”.
c) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact un singur pătrat ”boss”.

3. Într-o pauză, Lucian se joacă desenând pe o foaie diverse figuri și îndoind apoi foaia după o dreaptă, pentru ca figura desenată să se imprime pe partea cealaltă după îndoitură. El desenează un segment $[AB]$ și după îndoire constată că pe foaie s-a imprimat un alt segment, pe care îl notează $[A'B']$, unde A' este urma lăsată de punctul A. După aceea, observă că segmentele $[AB]$ și $[A'B']$ se intersectează într-un punct pe care îl notează M și totodată dreptele AB' și BA' se intersectează și ele într-un punct pe care-l notează P. Gabriel, colegul lui de bancă, îi atrage atenția spunând: ”Cred că nu ai respectat ceva la îndoire pentru că punctele M și P nu sunt pe îndoitură”. Lucian, privind cu atenție desenul, răspunde: ”Ai dreptate. Mai mult, dacă aș fi îndoit corect, cred că $[PM$ ar fi fost bisectoare pentru unghiul $\sphericalangle APB$”. Dovediți că observațiile celor doi copii sunt ambele adevărate.

Notă: *Timp de lucru – 2 ore. Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15.*

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

ETAPA JUDEŢEANĂ, 26 APRILIE 2014

CLASA A VII-A

1) Pe ecranul unui calculator este scris numărul $1\underbrace{22\ldots2}_{2014}\underbrace{000\ldots.0}_{2014}$. La fiecare minut, pe ecran apare cate un nou număr, prin eliminarea unei cifre de 2 şi a unei cifre de 0 din numărul scris anterior, până când numărul rămas pe ecran are o singură cifră.

a) Arătaţi că niciunul dintre numerele scrise pe ecran nu este pătrat perfect.

b) Arătaţi că $\underbrace{11\ldots1}_{n+1}{}^2 - \underbrace{11\ldots1}_{n}{}^2$ este divizibil cu $2\cdot 10^n$, oricare ar fi $n \in N^*$.

c) Arătaţi că suma tuturor numerelor scrise pe ecran este pătrat perfect.

2) O broască pleacă din originea axei numerelor şi înaintează prin salturi după următoarea regulă : de fiecare dată sare pe cel mai apropiat număr natural multiplu de 3 sau pe cel mai apropiat multiplu de 13. Un traseu este o succesiune de salturi făcute după regula stabilită, între 0 şi 39. Care este numărul maxim de trasee pe care le poate urma broasca?

3) Un proprietar deţine un teren intravilan în formă de triunghi şi un teren extravilan foarte întins.

a) Dacă într-un triunghi ABC, punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor triunghiului,

calculaţi raportul dintre aria triunghiului MNP şi aria triunghiului ABC.

b) Pe terenul extravilan sunt amplasaţi 2014 ţăruşi, astfel încât triunghiul determinat de

oricare trei dintre aceştia, are aria de cel mult 1 ha. Să se arate că se poate delimita un

triunghi de arie cel mult 4 ha, în care să se găsească toţi ţăruşii.

c) Proprietarul vrea să împrejmuiască terenul intravilan, având suprafaţa de 2 dam^2.

Arătaţi că nu sunt suficienţi 6 dam de gard.

Notă: Timp de lucru – 2 ore

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 2 la 15.

MINISTERUL EDUCAŢIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 “B. P. HASDEU” IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

EDITIA A XIV-A, 26 APRILIE 2014

Clasa a VIII-a

1. De ziua ei, mama i-a făcut Irinei un tort în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei de 40 cm, respectiv 30 cm și înălțimea de 10 cm.
   a) Află câți cl are acest tort.
   b) Pentru a servi invitații ea a tăiat tortul în bucăți sub formă de prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 5 cm și înălțimea egală cu cea a paralelipipedului. Câte felii de tort a obținut Irina?
   c) Mama a glazurat tot tortul cu frișcă, având grosimea de 1,5 cm. Câți cl de frișcă a folosit ea?
   d) Care este probabilitatea ca, luând o felie de tort, aceasta să aibă cât mai puțină frișcă?
2. Se ştie că preţul unui diamant este direct proporţional cu pătratul masei lui. Întamplător, diamantul s-a despicat în două bucăţi şi preţul lui total s-a micşorat cu 18%. Care este raportul greutăţilor obţinute?
3. Un corp geometric cu suprafaţa de 400dm^2 este format din 400 pietre, fiecare cu suprafaţa de 400 cm^2. Pietrele sunt îmbinate perfect (fără goluri interioare) cu un adeziv din care se foloseşte 0,04g la fiecasre 400 mm^2. Aflaţi cantitatea de adeziv folosită.

Notă: Timp de lucru: două ore.

Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 şi 15.

Barem clasa a IV a

I) a) Fie a, b, c numerele cautate.

Primul numar se mareste cu 700 ………………………………………………………………………….2p

Al doilea numar se micsoreaza cu 8 …………………………………………………………………..…1p

Al treilea numar se micsoreaza cu 9000-2000=7000 ……………………………………………..…1p

Relatia din problema devine:

(a+700)+(b-8)+(c-7000)=34567 ……………………………………………………………………………....2p

Finalizare : a+b+c=40.875 ………………………………………………………………………………………1p

b) Notam cu a ora de intalnire.

a:3+(24-a):5·2=a |·15 ……………………………………………………………………………………...2p

5a+3· (24-a)·2=15 a ……………………………………………………………………………………………..2p

16a = 144

Finalizare: a=9 ………………………………………………………………………………………………………2p

II) Numerele care satisfac conditiile din enunt sunt de forma 102abc, a102bc, ab102c sau abc102 ………4p
In primul caz, al numerelor de forma 102abc, a, b, c ϵ{0, 1, 2, …..9} si vom avea 10 · 10 ·10=1000 de numere ……………………………………………………………………………………………..4p
In celelalte trei cazuri a ϵ {1,2,3,…,9} iar b,c ϵ {0,1,2,….,9} si vom avea 9·10·10=900 de numere ……..3p
Numarul 102102 este numarat o data la numerele de forma 102abc si o data la numerele de forma abc102.
Finalizare: In total sunt 1000+900 · 3-1=3699 numere ………………………………………………..2p

III) a) La fiecare pas suma numerelor se mareste cu 5, prin urmare suma numerelor care apar la pasul n va fi 2+0+1+4+5·n=5n+17 ……………………………………………………………………..3p
Din relatia 5·n +7=207 obtinem n=40 ……………………………………………………………………………2p
b) Numerele din prima coloana au ultima cifra 2 sau 7; numerele din a doua coloana au ultima cifra 0 sau 5; numerele din a treia coloana au ultima cifra 1 sau 6; numerele din a patra coloana au ultima cifra 4 sau 9 ……………………………………………………………………………3p
La pasul 4·1 apare pe ultima coloana prima data numarul 4+5·1=9; la pasul 4·2 apare pe ultima coloana pentru prima data numarul 4+5·2=14; la pasul 4·3 apare pe ultima coloana pentru prima data numarul 4+5·3=19.
Cum 2014=5·402+4 va rezulta ca numarul 2014 va aparea pe ultima coloana pentru prima data la pasul 4·402=1608.
Finalizare: pasul 1608 ……………………………………………………………………………………….5p

Oficiu ……….2p

Nota! Orice alta solutie corecta se va lua in considerare.

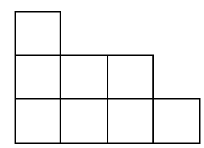
Barem - Clasa a V-a

Problema 1.
Două comisii, A şi B, lucrează la un proiect. Prima comisie are 13 membri, iar cea de-a doua are 6 membri. Fiecare dintre cele 19 persoane primeşte câte 60 de lei pe zi în primele 30 de zile lucrate şi câte 90 de lei pe zi începând cu cea de-a 31-a zi în care lucrează. Comisia A lucrează x zile, iar comisia B lucrează $2x$ zile. Suma totală de bani necesară pentru a plăti comisia A este egală cu suma totală necesară pentru a plăti comisia B.
Determinaţi valorile posibile ale lui x.

Adrian Zanoschi

Barem.
Dacă $2x \le 30$, problema nu are soluţie. ……………………………………………………………..3p
Dacă $x \le 30 < 2x$, atunci $13 \cdot 60 \cdot x = 6 \cdot 60 \cdot 30 + 6 \cdot 90 \cdot (2x - 30)$, de unde $x = 18$. ………………..5p
Dacă $x > 30$, atunci $13 \cdot 60 \cdot 30 + 13 \cdot 90 \cdot (x - 30) = 6 \cdot 60 \cdot 30 + 6 \cdot 90 \cdot (2x - 30)$, de unde mai obţinem pentru x şi valoarea $x = 70$. ……………………………………………………………………..5p
Baza ……………………………………………………………………2p

Problema 2.
Toate cele 8 pătrate mici din desenul alăturat au latura de 1 cm.



a) Număraţi câte dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm pot fi identificate în figură. (Pătratele sunt şi ele dreptunghiuri!)
b) Determinaţi care este numărul minim de segmente cu lungimea de 1 cm care trebuie şterse din desen, astfel încât figura să nu mai conţină niciun pătrat cu latura de 1 cm.

Recreaţii Matematice 2/2013

Barem.
a) Dreptunghiurile cu perimetrul de 8 cm sunt fie de tip 3×1, fie de tip 2×2. ………………..……2p
Există 4 dreptunghiuri de tip 3×1 (unul vertical şi trei orizontale) şi 2 pătrate 2×2, prin urmare în figură pot fi identificate 6 dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm. …………………………………..……4p
b) Numărul minim căutat este 4. ……………………………………………………………………...2p
Într-adevăr, prin ştergerea unui segment, se strică cel mult două pătrate mici. Cum trebuie stricate opt pătrate mici, trebuie să ştergem măcar 4 segmente de lungime 1 cm. ………………………....3p
Se dă un exemplu de patru segmente care, şterse, conduc la dispariţia tuturor pătratelor mici din desen. ………………………………………………………………………………………2p
Baza ……………………………………………………………………2p

Problema 3.

Într-o clasă sunt 7 elevi care colecționează cărți rare. Nu există doi elevi care să aibă o aceeaşi carte şi nici doi elevi care să aibă acelaşi număr de cărți.
Profesorul de matematică determină, pentru fiecare pereche de copii, care este numărul maxim de posibilități în care aceştia pot schimba între ei câte o carte şi notează numerele astfel determinate într-un tabel. De exemplu, dacă Andrei ar avea 20 cărți şi Sabina ar avea 17 de cărți, va trece în tabel numărul 340. Profesorul observă că tabelul conține numere diferite două câte două.

a) Stabiliți câte numere se află în tabel.

b) Determinați numărul de cărți din colecția fiecărui elev, ştiind că media aritmetică a celor 7 numere este 17, cel mai mic număr din tabel este 143, iar cel mai mare număr din tabel este 420.

Adrian Zanoschi

Barem.

a) Primul elev poate face schimb de cărți cu oricare dintre cei 6 colegi. Al doilea mai poate schimba cu 5 colegi (numărul schimburilor cu primul elev fiind deja notat în tabel) ş.a.m.d. Cum tabelul profesorului conține numere distincte, în tabel vor fi $6+5+...+1=21$ de numere. ………………5p

b) Fie $a_1 < a_2 < ... < a_7$ numerele căutate. Avem că $a_1 \cdot a_2 = 143$, $a_6 \cdot a_7 = 420$ şi $a_1 + a_2 + ... + a_7 =$ 119. ………………………………………………………………………………………... 3p

Din $a_1 \cdot a_2 = 143$ obținem că $a_1 = 1, a_2 = 143$ sau $a_1 = 11, a_2 = 13$. Prima situație nu convine, deoarece ar rezulta că $a_6 \cdot a_7 \geq 147 \cdot 148 > 420$; rămâne cea de-a doua. Atunci $a_6 \geq 17, a_7 \geq 18$ şi, cum $a_6 \cdot a_7 = 420$, deducem că $a_6 = 20, a_7 = 21$. ………………………………………………… 3p

Obținem că $a_3 + a_4 + a_5 = 54$, unde $14 \leq a_3 < a_4 < a_5 \leq 19$. Singura situație convenabilă este $a_3 =$ $= 17, a_4 = 18, a_5 = 19$. …………………………………………………………………… 2p

Baza ……………………………………………………………….…. 2p

CLASA a VI-a

BAREM

1. Un profesor de matematică tocmai explica unui elev al său că, într-o problemă cu date de naștere, o notație de forma 17.12.78 poate avea semnificația ”17 decembrie 1978”. Curios ca toți copiii, elevul profită de situație și îl întrebă pe profesor care este ziua lui de naștere și ce vârstă are. Zâmbind, profesorul îi răspunse: ”Acum suntem în ianuarie 2014 și acest număr ascunde informațiile la tot ce m-ai întrebat!”. Folosind acest răspuns, aflați:

a) Care este ziua de naștere a profesorului;
b) Care este vârsta profesorului (exprimată doar în ani) la data când a avut loc discuția.

Silviu Boga, Doru Buzac

Soluție și barem:

Din oficiu, ... 2p
$2014 = 2 \cdot 1007$ 2p
$1007 = 19 \cdot 53$ 3p
$2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ 2p
Cum anul are 12 luni și luna cel mult 31 de zile, din $2 \cdot 19 \cdot 53$,
se deduce că data nașterii profesorului este ”19 februarie 1953” 2p
Înseamnă că la 19 februarie 2014 profesorul ar fi împlinit 61 de ani 2p
Deci în luna ianuarie 2014 profesorul avea vârsta de 60 ani. 2p

2. Se consideră o foaie de hârtie de formă pătrată, care se taie în exact 2014 pătrate mai mici. Vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”boss” dacă nici un alt pătrat nu este mai mare ca el. La fel, vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”baby” dacă nici un alt pătrat nu este mai mic ca el. Arătați că:

a) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact trei pătrate ”boss”.
b) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact patru pătrate ”baby”.
c) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact un singur pătrat ”boss”.

Silviu Boga, Doru Buzac

Soluție și barem:

Din oficiu, ... 2p

a) Determină un mod de tăiere prin care se obțin exact trei pătrate ”boss”, spre exemplu o tăiere ca cea din figura 1, formată din grupe succesive de câte trei pătrate din ce în ce mai mici, în total 670 de grupe, urmate la final de o grupă de exact patru pătrate ”baby” 4p
Avem astfel $670 \cdot 3 + 4 = 2014$ pătrate dintre care 3 sunt ”boss” și 4 sunt ”baby”.

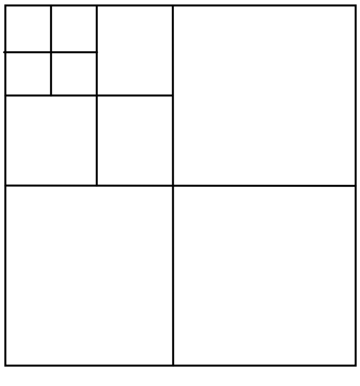


Figura 1.

b) Determină un mod de tăiere prin care să se obțină exact patru pătrate ”baby”, spre exemplu cel descris la rezolvarea cerinței a) 4p

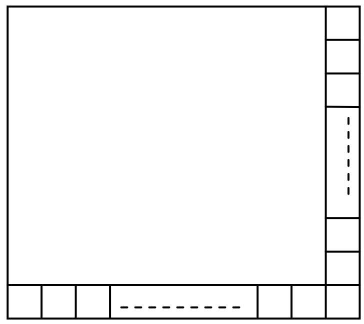


Figura 2.

c) Determină un mod de tăiere prin care se obține exact un singur pătrat ”boss”, spre exemplu o tăiere ca cea din figura 2, care conține pe două din laturi un total de 2013 pătrățele ”baby” și în completare un singur pătrat ”boss” 5p

3. Într-o pauză, Lucian se joacă desenând pe o foaie diverse figuri și îndoind apoi foaia după o dreaptă, pentru ca figura desenată să se imprime pe partea cealaltă după îndoitură. El desenează un segment $[AB]$ și după îndoire constată că pe foaie s-a imprimat un alt segment, pe care îl notează $[A'B']$, unde A' este urma lăsată de punctul A. După aceea, observă că segmentele $[AB]$ și $[A'B']$ se intersectează într-un punct pe care îl notează M și totodată dreptele AB' și BA' se intersectează și ele într-un punct pe care-l notează P. Gabriel, colegul lui de bancă, îi atrage atenția spunând: ”Cred că nu ai respectat ceva la îndoire pentru că punctele M și P nu sunt pe îndoitură”. Lucian, privind cu atenție desenul, răspunde: ”Ai dreptate. Mai mult, dacă aș fi îndoit corect, cred că $[PM$ ar fi fost bisectoare pentru unghiul $\sphericalangle APB$”. Dovediți că observațiile celor doi copii sunt ambele adevărate.

Silviu Boga, Doru Buzac

Soluție și barem:

Din oficiu, ... 2p

Cum $[A'B']$ este simetricul lui $[AB]$ față de dreapta după care se face îndoirea foii și $[AB]\cap[A'B']=\{M\}$, înseamnă că M este simetricul unui punct față de el însuși și prin urmare punctul este M pe axa de simetrie 2p

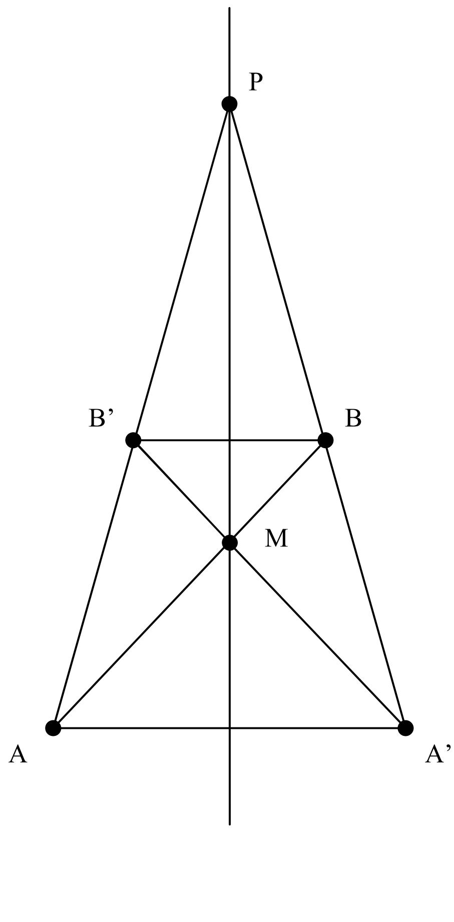
Analog, P este pe axa de simetrie 2p

Totodată, dreapta după care se face îndoirea foii este mediatoare pentru segmentele $[AA']$ și $[BB']$ 2p

Punctul M fiind pe mediatoarea segmentelor $[AA']$ și $[BB']$, triunghiurile MAA' și MBB' sunt isoscele și atunci $[MP$ este bisectoare pentru $\sphericalangle BMB'$ 3p

Astfel $\Delta MPB \equiv \Delta MPB'$ (LUL) 3p

și prin urmare $[PM$ este bisectoare pentru $\sphericalangle APB$ 1p



BAREM CLASA A VII-A

1) a) Numărul $1\underbrace{22\ldots2}_{2k+1}\underbrace{00\ldots0}_{2k+1}$ nu este pătrat perfect (se divide cu 10^{2k+1}dar nu cu 10^{2k+2})............2p

Numarul$1\underbrace{22\ldots2}_{2k}\underbrace{00\ldots0}_{2k}$ =12...22$\cdot 10^{2k}$ si 12...22 nu e pătrat perfect...1p

b) $\underbrace{11\ldots1}_{n+1}^2-\underbrace{11\ldots1}_{n}^2=(\underbrace{11\ldots1}_{n+1}+\underbrace{11\ldots1}_{n})(\underbrace{11\ldots1}_{n+1}-\underbrace{11\ldots1}_{n})$...3p

=12...22$\cdot 10^{n}$..2p

c) S=$1\underbrace{22\ldots2}_{2014}\underbrace{00\ldots0}_{2014}+1\underbrace{22\ldots2}_{2013}\underbrace{00\ldots0}_{2013}+\ldots+120+1=$

$=\underbrace{11\ldots1}_{2015}^2-\underbrace{11\ldots1}_{2014}^2+\underbrace{11\ldots1}_{2014}^2-\underbrace{11\ldots1}_{2013}^2+\ldots.11^2-1^2+1$..3p

$=\underbrace{11\ldots1}_{2015}^2$..2p

Oficiu..2p

2) Opririle posibile: 0,3,6,9,12,13,15,18,21,24,26,27,30,33,36,39..2p

Sunt 5 moduri de aajunge de la 0 la 13(0-13, 0-3-13, 0-3-6-13, 0-3-6-9-13, 0-3-6-9-12-13)........2p

Sunt cate 5 modalitati de a ajunge de la 13 la 26, respectiv de la 26 la 39..................................1p

Poate ajunge in 4 moduri de la 0 la 26 farasatreacaprin 13 si in 4 moduri de la 13 la 39

Fara sa treaca prin 26..3p

Poateajunge in 4 moduri de la 0 la 39 farasatreacaprin 13 si 26..3p

Total $5^3+2\cdot4\cdot 5+4=169$..2p

Oficiu..2p

3) a) M,N,P determina cu varfurile 4 triunghiuri congruente..2p

Deci aria[MNP]=$\frac{1}{4}$ aria[ABC].. 1p

b) Fie S cea mai mare dintre ariile triunghiurilor determinate de cate 3 dintre cele 2014

puncte si M,N,P varfurile unui triunghi de arie maxima iar h inaltimea din M a acestui triunghi

Paralelele prin varfurile triunghiului M,N,P la laturi se intersecteaza doua cate doua in A,B,C;

Ducem prin A d||NP. Atunci M,N,P sunt mijloacele laturilor triunghiului ABC........................ 2p

S$\leq$1 si distanta maxima de la un tarus la NP este $\leq$h.. 1p

Deci toate punctele se gasesc in banda determinata de BC||d ; analog pentru celelalte laturi.

Deci totitarusii se gasesc in interiorul triunghiului ABC.. 1p

Aria[ABC]=4S$\leq$4.. 1p

c) Fie a, b, c lungimile laturilor opuse varfurilor A', B', C' care determina terenul intravilan si S' aria sa

2S'=absinC'=4$\leq$ab si celelalte doua relatii 2p

Atunci ab+bc+ac$\geq$12 . Dar $a^2+b^2+c^2\geq$ab+bc+ac 1p

Deci $(a+b+c)^2\geq36$,de unde rezulta ca P$\geq$6 ....1p

Egalitatea ar avea loc pentru toate laturile egale si toate unghiurile drepte, fals! 1p

Oficiu 2p

Clasa a VIII-a
Barem de notare

1. a) V = $30 \cdot 40 \cdot 10$ = 12000 cm^3 = 12 dm^3 = 12 l = 1200 cl 3p

   b)nr. bucăţi = V_{tort} : V_{bucata} = 12000:250= 48 ....2p

   V_{bucata} = $5 \cdot 5 \cdot 10$ = 250 cm^3 ....1p

   c) $V_{tortmare}$ = $43 \cdot 33 \cdot 11{,}5$ = 16318,5 cm^3 .... 2p

   V_{frisca} = $V_{tortmare}$ - V_{tort} = 16318,5 – 12000 = 4318,5 cm^3 = 431,85 cl 1p

   d) P= $\frac{nr.cazurifavorabile}{nr.cazuriposibile} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$ 2p

   nr. cazuri posibile = 48 .... 1p

   nr. cazuri favorabile = 48 – ($6 \cdot 2$+$6 \cdot 2$) = 24 .... 1p

   oficiu..2p

total:15p

2. Notăm cu *a* şi *b* masele celor două bucăţi, cu *x* şi *y* preţurile acestora, iar cu *z* preţul iniţial al diamantului.

$\frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{(a+b)^2} = k$ 5p

x+y=$\frac{82}{100}z$ 2p

$9a^2+9b^2-82ab=0$..3p

$\frac{a}{b} = \frac{1}{9}\, sau\, \frac{a}{b} = 9$ 3p

oficiu..2p

total:15p

3. $A_{uneipietre}$ = 4 dm^2 , $A_{tuturorpietrelor}$ = 1600 dm^2 ....2p

   $A_{suprafeteiinterioare}$ = (1600 dm^2 - 400 dm^2): 2 = 600 dm^2 .... 5p

   0,04g/400 mm^2 = 0,04g/4 cm^2 = 4g/ 400cm^2 = 1g/1dm^2 .... 5p

   Cantitatea de adeziv = 600g 1p

   Oficiu..2p

total:15p