

Concursul interjudețean de matematică

"Josef Marti"

BUCUREȘTI - 19 martie 2005

clasa a VIII-a

1. a) Arătați că  $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{215} > 2005$ ;

b) Pentru  $n \in \mathbb{N}^*$ , notăm  $A_n = \{k \in \mathbb{N}^* \mid n^2 < k < (n+1)^2\}$

Determinați numărul de elemente <sup>de</sup> din mulțimea  $A_n$  care au partea fracționară cel puțin egală cu  $0,5$ .

2. a) Fie  $a$  și  $b$  numere naturale nenule. Arătați că numărul  $(a+b)^n - a^n - b^n$  este natural, oriare ar  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ;

b) Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ , arătați că numărul  $N = 37^n - 19^n - 18^n$  se divide cu 57.

prof. I. Chiriac

3. Se da piramida triunghiulară regulată  $VABC$  cu înălțimea  $VO = 1$ . Se știe că  $m(\overline{VA}; (ABC)) = m(\overline{VB}; (VAO))$ .

a) Calculați aria laterală a piramidei  $VABE$ ;

b) Calculați distanța dintre dreptele  $BC$  și  $VA$ .

4. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub și  $P \in (AA')$ . Arătați că suma distanțelor de la  $P$  la planele  $(ADB)$ ,  $(BDD')$  și respectiv  $(C'BD)$  nu depinde de poziția punctului  $P$ . ( $AB = a$ ).

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii;

Țimp de lucru: 3 ore efectiv.

Subiectele se punctează de la 1 la 9 + 1 punct oficiu.