Inspectoratul Scolar Judetean Constanta
Departamentul Matematica-Informatica

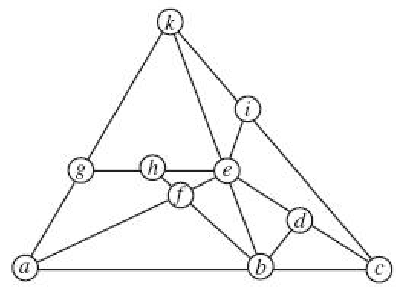
Olimpiada de Matematică

Etapa județeană – 11.03.2006

Clasa a VI-a

Subiectul 1

În figura alăturată literele $a,b,\cdots,k$ reprezintă numere întregi cu proprietatea că suma numerelor aflate pe fiecare dintre cele 10 linii este 15. De exemplu, $a+g+k=15,\ e+i=15$.



a) Dacă $k=2$ şi $e=5$, aflați toate celelalte numere.

b) Dacă $k=2$, arătați că $e=5$.

c) Arătați că $e=5$ pentru orice valoare a lui k.

Subiectul 2

a) Determinați mulțimea $A=\{x\in N \mid 2\le 7x-1\le 301\}$.

b) Arătați că fracția $\frac{a}{b}$ este ireductibilă dacă şi numai dacă fracția $\frac{a+b}{b}$ este ireductibilă.

(O fracție se numeşte ireductibilă dacă numărătorul şi numitorul sunt numere prime între ele).

c) Să se determine numere naturale nenule x, $x\le 60$, astfel încât fracțiile $\frac{7x+1}{2},\frac{7x+2}{3},$ $\frac{7x+3}{4},\cdots,\frac{7x+300}{301}$ sunt fracții ireductibile.

Subiectul 3

a) Determinați numărul tripletelor (k,l,m) de numere naturale care verifică condițiile:

$k+l+m=97$ şi $\frac{4k}{5}+\frac{5l}{6}+\frac{6m}{7}=82$.

b) Să se determine tripletele (a,b,c) de numere naturale nenule astfel încât $\dfrac{\frac{a}{c}+\frac{a}{b}+1}{\frac{b}{a}+\frac{b}{c}+1}=11$

şi $a+2b+c\leq 40$.

Subiectul 4

Fie triunghiul ABC cu $AB<AC$, AD bisectoarea lui $B\hat{A}C$, $D\in BC$, E pe semidreapta opusă semidreptei $(AC$, AM bisectoarea lui $E\hat{A}B$, $M\in BC$, N pe semidreapta opusă lui $(AM$, astfel încât $AM=AN$. Arătaţi că:

a) $DM=DN$.

b) Triunghiurile AMB şi ANP sunt congruente, unde $ND\cap AC=\{P\}$.

c) $AD\perp PB$.

Selecţie şi prelucrare: Gabriela Constantinescu şi Cătălin Zîrnă

Notă

1. Timp de lucru – 3 ore.
2. Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
3. Nu se acordă puncte din oficiu.