

3. Înmulțirea numerelor naturale

De acum, pentru înmulțire vom folosi semnul „ \cdot ” în loc de „ \times ”.

Ex. În loc de 32×9 vom scrie $32 \cdot 9$

Dacă a și b sunt două numere naturale, prin produsul lor vom înțelege $a \cdot b$.

Ex. a) Produsul numerelor 9 și 7 este $9 \cdot 7 = 63$

b) Produsul numerelor 28 și n este $28 \cdot n$

Având produsul $a \cdot b$, a și b se numesc factori.

Ex. a) Factorii produsului $52 \cdot 103$ sunt 52 și 103

b) Factorii produsului $2 \cdot x$ sunt 2 și x

Observație Dacă unul dintre factorii unui produs este număr, iar celălalt „literă”, vom scrie numărul mai întâi și, de obicei, nu mai punem punctul.

Ex. În loc de $a \cdot 5$ vom scrie $5a$

La fel, de obicei nu punem punctul dacă factorii unui produs sune „litere”.

Ex. În loc de $x \cdot y$ se scrie, de obicei, xy

Atenție! A nu se confunda xy cu notația \overline{xy} ; sunt lucruri total diferite. De exemplu, dacă $x = 5$ și $y = 7$, atunci $xy = 5 \cdot 7 = 35$, dar $\overline{xy} = 57$

Înmulțirea numerelor naturale are următoarele proprietăți:

- **comutativă**, adică $\overline{a \cdot b} = \overline{b \cdot a}$

Ex. $27 \cdot 384 = 384 \cdot 27$

- **asociativă**, adică $\overline{(a \cdot b) \cdot c} = \overline{a \cdot (b \cdot c)}$

Ex. $(2 \cdot 7) \cdot 6 = 2 \cdot (7 \cdot 6)$

- **numărul 1 este element neutru** pentru înmulțire, adică $\overline{a \cdot 1} = \overline{a}$

Ex. $873 \cdot 1 = 873$

Mai există o proprietate a înmulțirii, pe care o puteți înțelege rezolvând în două moduri următoarea problemă simplă:

Într-o curte sunt 3 câini și 5 pisici. Câte picioare au în total?

Prima rezolvare: $4 \cdot (3 + 5) = 32$ (am înmulțit 4 cu numărul animalelor)

A doua rezolvare: $4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 32$ (am calculat separat numărul de picioare ale câinilor, respectiv ale pisicilor).

Se poate astfel înțelege că $4 \cdot (3 + 5) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$.

Vom spune că înmulțirea este **distributivă** față de adunare, adică

$$\underline{\underline{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}}$$

Ex. a) $6 \cdot (5 + 9) = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 9$

b) Prin eliminarea parantezei, avem $8 \cdot (n + 3) = 8 \cdot n + 8 \cdot 3 = 8n + 24$

Înmulțirea este distributivă și față de scădere.

Ex. $3 \cdot (x - 2) = 3 \cdot x - 3 \cdot 2 = 3x - 6$

Exerciții și probleme

1. Calculați: a) $49 \cdot 7$; b) $75 \cdot 39$; c) $436 \cdot 48$; d) $4368 \cdot 10$
2. Efectuați: a) $9 \cdot 79$; b) $205 \cdot 73$; c) $66 \cdot 998$; d) $1000 \cdot 87$
3. Aflați numărul care este de 79 de ori mai mare decât 389.
4. Scrieți în cifre numărul de un milion de ori mai mare decât un 349.
5. Mihnea este de 2 ori mai în vârstă decât Mircea, iar acesta este de trei ori mai în vârstă decât Miclea, care are 14 ani. Ce vârstă are Mihnea? Cu câți ani este mai bătrân Mihnea decât Miclea?
6. Un brad este de cinci ori mai înalt decât un trandafir, iar acesta este de două ori mai înalt decât o lălea. Lăleaua are 29 cm.



- a) Ce înălțime are bradul?
- b) Cu câți centimetri este mai mic trandafirul decât bradul?

7. Care este cel mai mic număr natural care are produsul cifrelor 12?
8. Scrieți cei mai mare număr natural de forma $\overline{6a7b}$, pentru care $a \cdot b = 18$.
9. Un tabel are 12 linii și 18 coloane. În toate rubricile tabelului sunt scrise cuvinte. Niciun cuvânt nu are mai mult de 7 litere sau mai puțin de 3 litere. Care este cel mai mic număr posibil de litere din tabel? Dar cel mai mare?

10. Blocul în care locuiește Gloria are parter plus 8 etaje. Pe fiecare palier sunt câte 4 apartamente. Numărul persoanelor din fiecare apartament este cuprins între 2 și 6. Aflați care este cel mai mic și cel mai mare număr posibil de persoane din bloc.

11. Scrieți numerele de forma $\overline{a3b1}$, care au produsul cifreiilor 12.

12. Știind că $\overline{xyz} = 793$, calculați xyz .

13. Ce se poate spune despre două numere naturale care au produsul 0?

14. Aflați două numere naturale care au suma 237 și produsul 0.

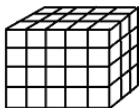
15. Grupați convenabil factorii, pentru a calcula mental:

a) $13 \cdot 20 \cdot 5$; b) $9 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 4$; c) $500 \cdot 31 \cdot 3 \cdot 2$

16. Verificați mental care din următoarele egalități sunt adevărate:

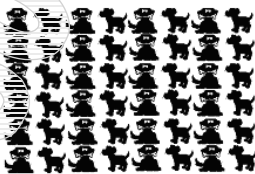
a) $14 \cdot 36 \cdot 13 = 4 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 2$; b) $200 \cdot 72 \cdot 5 = 8 \cdot 250 \cdot 9 \cdot 4$

17. În imaginea de mai jos sunt reprezentate mai multe colete poștale, aranjate ca în desen.



Calculați în două moduri numărul coletelor și deduceți proprietatea înmulțirii de a fi asociativă.

18. În figura de mai sus, calculați în cât mai multe moduri câte picioare au toți câinii.



19. a) Care poate fi ultima cifră a produsului a două numere naturale consecutive? b) Arătați că nu există două numere naturale consecutive care înmulțite să dea rezultatul 37.512.760.034.

20. Arătați că nu există trei numere naturale consecutive care să aibă produsul 958.011.543.108.

21. Efectuați calculele de mai jos, luând primul exercițiu ca model:

a) $2a \cdot (3 \cdot b) = 6ab$; b) $3x \cdot 9y$; c) $2 \cdot 9c$; d) $2 \cdot n \cdot 57$; e) $(8 \cdot y) \cdot (x \cdot 12)$

22. Petronel a greșit la toate calculele de mai jos. Corecți greșelile!

a) $8x \cdot (3 \cdot y) = 24x \cdot 8xy$; b) $4a \cdot 5b = 9ab$; c) $2 \cdot 3 \cdot 4a = 24a$

23. Completați tabelul:

a	b	$27a$	ab
3003	37		
2012	1		
27	0		

24. Completați tabelul de mai jos:

x	y	z	$x \cdot (y \cdot z)$	$x \cdot (y + z)$	$x \cdot (y - z)$
7	5	3			
231	999	1			
100	777	0			

25. Eliminați parantezele în următoarele exerciții:

a) $b \cdot (a + c)$; b) $7 \cdot (n + 9)$; c) $13 \cdot (x - 1)$; d) $43 \cdot (x + y)$; e) $(1 + k) \cdot 5$
f) $3a \cdot (4 + b)$; g) $7 \cdot (2n + 7)$; h) $13 \cdot (a + b + c)$; i) $(2x + 3y - 1) \cdot 5a$.

26. Patriciu a vrut să elimine parantezele în câteva exerciții, dar în unele cazuri a greșit. Care sunt acestea? Corecți-le!

a) $x \cdot (y + z) = xy + z$; b) $3 \cdot (n + 8) = 3n + 8$; c) $9 \cdot (x - 9) = 9x - 81$;
d) $17 \cdot (1 + 2n) = 17 + 17n$; e) $(a + 3) \cdot 4 = a \cdot 12$; f) $3d \cdot (3 + b) = 9d + 3bd$.

27. Se consideră un șir de 12 numere naturale consecutive. Știind că produsul lor este 0, calculați suma lor.

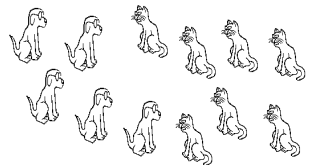
28. Comparați produsul vecinilor numărului a cu produsul $a \cdot a$ dacă:

a) $a = 4$; b) $a = 10$; c) $a = 99$

29. Aflați toate perechile de numere naturale m, n pentru care $\overline{mn} = 36$.

30. Aflați toate perechile de cifre x și y pentru care $11 < 2 \cdot \overline{xy} \leq 28$.

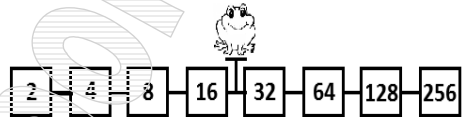
31. Milică nu a înțeles ce semnificație are proprietatea înmulțirii de a fi distributivă față de adunare. Ajutați-i să înțeleagă, calculând în două moduri numărul total de picioare al câinilor și pisicilor din imaginea alăturată.



32. Nici acum Milică nu a înțeles distributivitatea înmulțirii față de adunare. Mai explicați-i o dată, scriind un text de maxim cinci rânduri, în care să folosiți cuvintele: hanorac, mici, buzunare, mari, dolari, zece.

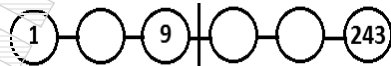
33. Dacă un factor al unui produs are 3 cifre, iar celălalt factor are 4 cifre, care este numărul minim de cifre ale produsului? Dar cel maxim?
34. Fără a efectua înmulțirea, arătați că următoarele calcule sunt greșite:
a) $97789 \cdot 869848 = 850615606072$ b) $10020102 \cdot 100012 = 100312101014$
35. Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{ab}b$, astfel încât produsul a două cifre să fie 16.
36. Știind că $10 \cdot \overline{xy} = \overline{yzt}$, calculați $x + y + t - 2z$.
37. Aflați niște numere naturale care au suma și produsul egale cu 25.
38. Aflați a, b, c, d, e știind că $a + b + c + d + e = \overline{abcde} = 9$.

39. a) Arătați că, în imaginea alăturată, numerele din căsuțele egal depărtate de broscuță (de exemplu 8 și 64) au același produs.



b) Verificați că înmulțind oricare termen (în afară de primul și ultimul) cu el însuși, se obține un rezultat egal cu produsul vecinilor.

40. Scrieți numere în cerușele din imaginea alăturată, astfel încât să obțineți un șir cu proprietățile de la exercițiul precedent.



41. Într-un șir de 43 de numere naturale consecutive, cel mai mic termen este 6. Arătați că produsul dintre primul și ultimul termen este egal cu produsul dintre al 3-lea și al 31-lea termen.
42. a) Se dă șirul $1, 2, 3, \dots, 11, 12$. Calculați $1+12, 2+11, 3+10, \dots$ și apoi $1 \cdot 12, 2 \cdot 11, 3 \cdot 10, \dots$. Treceți rezultatele obținute într-un tabel.
b) Aflați două numere naturale care au suma 70, astfel încât produsul lor să fie maxim posibil.
43. Un pix costă „ x ” lei. Exprimați în funcție de x , cât se va plăti pentru:
a) 4 pixuri; b) 7 pixuri; c) 9 pixuri și un caiet care costă 3 lei.
44. Într-o pungă sunt bomboane identice și caramele identice. O bomboană cântărește „ b ” grame, iar o caramea „ c ” grame. Exprimați, în funcție de b și c , cât vor cântări: a) 24 bomboane; b) 17 caramele; c) o bomboană și 8 caramele. d) Cu cât cântăresc mai mult 3 bomboane decât 3 caramele ($b \geq c$).